

2.5. BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC

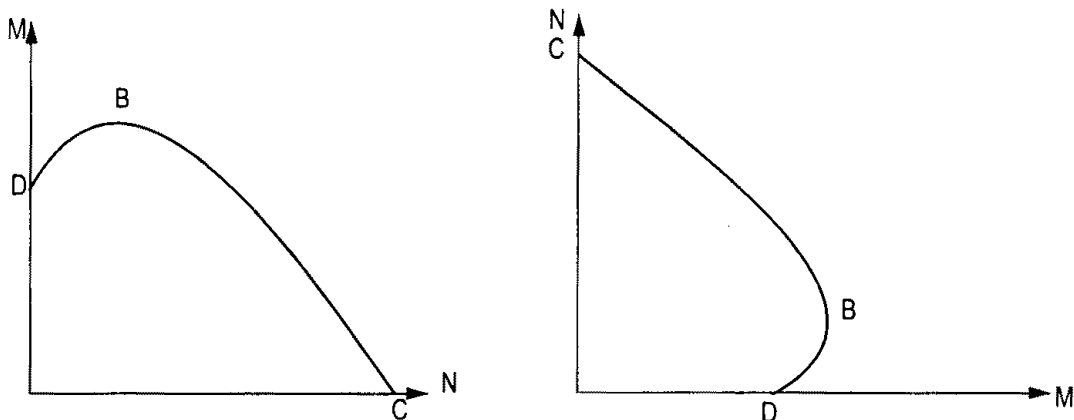
2.5.1. Khái niệm về biểu đồ tương tác

Tương tác ở đây là tương tác giữa khả năng chịu mômen uốn M và khả năng chịu lực nén N .

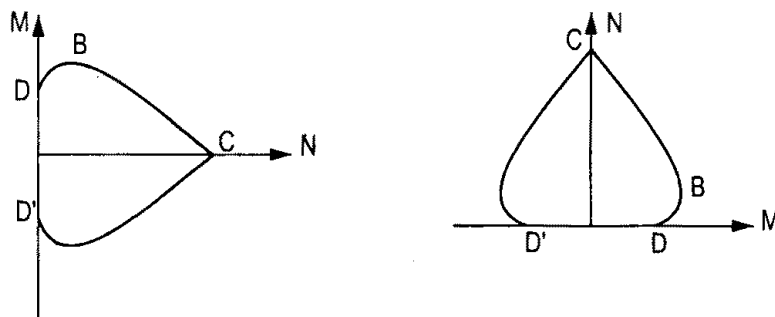
Với một tiết diện có cốt thép đã biết biểu đồ tương tác thể hiện toàn bộ khả năng chịu lực của nó ứng với mọi giá trị của M và N .

Như đã trình bày trong mục 2.4 ứng với mỗi giá trị N tìm được một giá trị M , ứng với mỗi giá trị e_0 tìm được một giá trị N hoặc ứng với mỗi giá trị M tìm được một hoặc hai giá trị N . Lập biểu đồ với hai trục là M và N . Mỗi cặp giá trị như vừa nêu cho một điểm. Tập hợp tất cả các điểm có được biểu đồ tương tác. Khi đặt cốt thép đối xứng biểu đồ có dạng như trên hình 2.6. Trong hai trục có thể lấy trục đứng để biểu diễn M hoặc N tùy theo sự thuận lợi khi thể hiện và khi dùng.

Hình 2.6 thể hiện biểu đồ khi mômen M theo một chiều. Khi xét M theo hai chiều (dương và âm) thì biểu đồ được phát triển theo cả hai phía như trên hình 2.7.

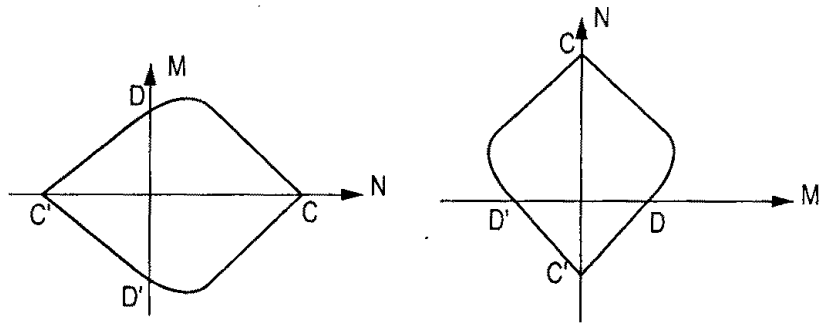


Hình 2.6. Biểu đồ tương tác thể hiện theo hai cách với M theo 1 chiều



Hình 2.7. Biểu đồ tương tác với M hai chiều

Khi xét cả N theo hai chiều (nén và kéo) thì biểu đồ được phát triển thành dạng khép kín như trên hình 2.8.



Hình 2.8. Biểu đồ tương tác với M và N theo hai chiều.

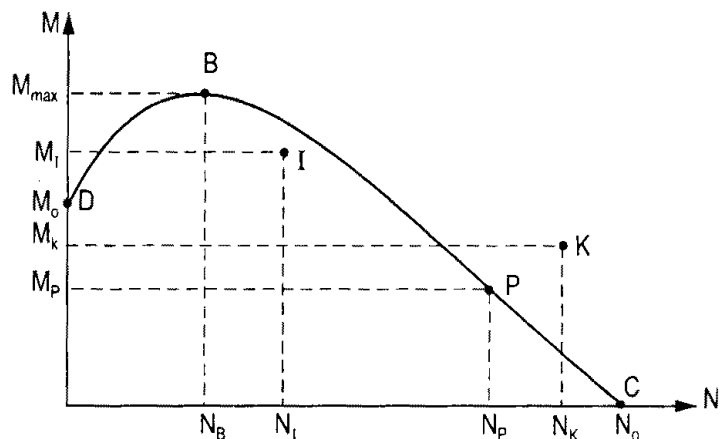
Xét riêng góc một phần tư với N nén, trên biểu đồ có ba điểm đặc biệt. Điểm D ứng với $N = 0$ và M_0 (công thức 2-41, 2-42). Điểm C ứng với $M = 0$ và N_0 . Giá trị N_0 xác định theo công thức (1-6). Điểm B ứng với M_{max} và N_B . Có thể chứng minh được rằng khi $a = a'$, điểm B ứng với trường hợp $x = x_B = \frac{h_0 + a'}{2} = 0,5h$. Với giá trị này của x , nếu tính toán cốt thép không đối xứng sẽ có được tổng lượng cốt thép $A_s + A'_s$ là nhỏ nhất.

Biểu đồ tương tác chia mặt phẳng làm hai miền: bên trong và bên ngoài. Với một cặp nội lực M, N cho trước có một điểm trong mặt phẳng. Khi điểm đó thuộc miền trong (điểm I) tiết diện đủ khả năng chịu lực. Nếu điểm đó thuộc miền ngoài (điểm K) tiết diện không đủ khả năng chịu lực (hình 2.9).

Trên biểu đồ, vùng lân cận điểm B có thể là nén lệch tâm lớn hoặc bé, phần còn lại trong đoạn DB tương ứng với nén lệch tâm lớn, trong đoạn BC - nén lệch tâm bé.

Với các điểm nằm ngay trên biểu đồ (điểm P) khả năng chịu lực vừa đúng bằng nội lực mà tiết diện phải chịu. Khi điểm đó nằm trên đoạn BC thì một trong hai nội lực M hoặc N giảm xuống sẽ làm tăng độ an toàn và ngược lại. Nếu điểm đó nằm trên đoạn DB thì khi M giảm sẽ tăng an toàn còn N giảm sẽ nguy hiểm. Trong đoạn $M > M_0$ ứng với mỗi giá trị của M có hai lực N_1 và N_2 . Khi N thay đổi trong khoảng trên $N_1 \leq N \leq N_2$ thì có được an toàn (giả thiết $N_2 > N_1$) còn nếu N vượt ra ngoài phạm vi trên là nguy hiểm.

Điểm B ứng với M_{max} . Với mômen này tiết diện chỉ đủ khả năng chịu lực khi N vừa bằng đúng N_B còn nếu N tăng lên hay giảm xuống tiết diện đều bị nguy



Hình 2.9. Biểu đồ và các cặp nội lực

hiếm. Với nhận xét này, khi thiết kế không nên vì mục đích tiết kiệm cốt thép mà cho tiết diện làm việc ở điểm B nếu chưa có được độ tin cậy cần thiết của M và N.

2.5.2. Biểu đồ tương tác với A_s khác A'_s

Với tiết diện đặt cốt thép không đối xứng, đặc biệt là khi A_s và A'_s khác nhau nhiều thì biểu đồ tương tác có một đoạn lồi hơi khác so với các biểu đồ đã vẽ cho tiết diện đặt cốt thép đối xứng. Để xem xét vấn đề này trước hết cần bàn về trọng tâm hình học và trọng tâm vật liệu của tiết diện.

Trọng tâm hình học O của tiết diện chữ nhật cách đều các cạnh, là giao điểm của hai đường chéo. Trọng tâm vật liệu của tiết diện, ký hiệu O_v được xác định có kể đến sự khác nhau về khả năng biến dạng của bê tông và của cốt thép thông qua giá trị môđun đàn hồi của chúng.

Một cách khác, trọng tâm vật liệu O_v là trọng tâm của tiết diện tương đương trong đó đã quy đổi diện tích cốt thép ra diện tích bê tông tương đương. Hệ số quy đổi là tỷ số của

$$\text{môđun đàn hồi } n_s = \frac{E_s}{E_b}$$

Lấy trục đi qua mép tiết diện phía có A'_s làm chuẩn, khoảng cách từ O_v đến trục chuẩn là y_v được xác định như sau:

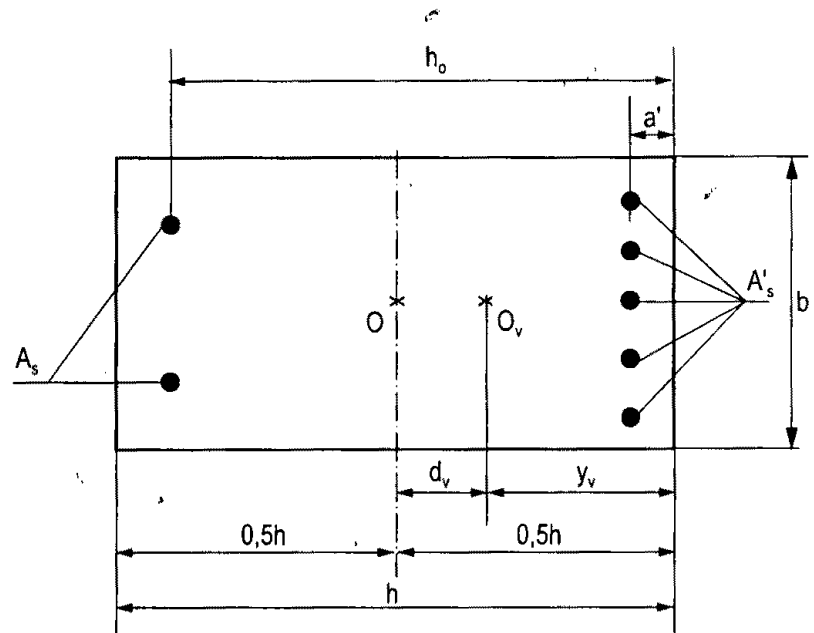
$$y_v = \frac{0,5bh^2 + n_s(A_s h_0 + A'_s a')}{bh + n_s(A_s + A'_s)} \quad (2-45)$$

Với tiết diện có cốt thép đối xứng thì $y_v = 0,5h$, điểm O_v trùng với O.

Khi lập sơ đồ tính toán chúng ta lấy trục đi qua trọng tâm O để xác định độ lệch tâm e_0 và tính $M = Ne_0$. Nhưng nếu lấy trục đi qua trọng tâm O_v thì mômen M_v sẽ là (hình 2.11a).

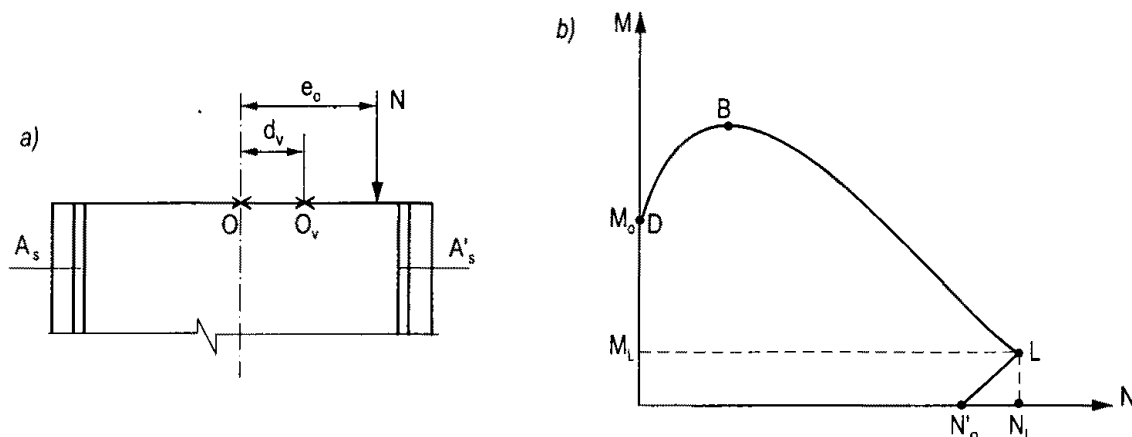
$$M_v = N(e_0 - d_v) = M - Nd_v \quad (2-46)$$

Trong đó: d_v - khoảng cách giữa O và O_v ; $d_v = 0,5h - y_v$.



Hình 2.10. Trọng tâm hình học O và trọng tâm vật liệu O_v của tiết diện.

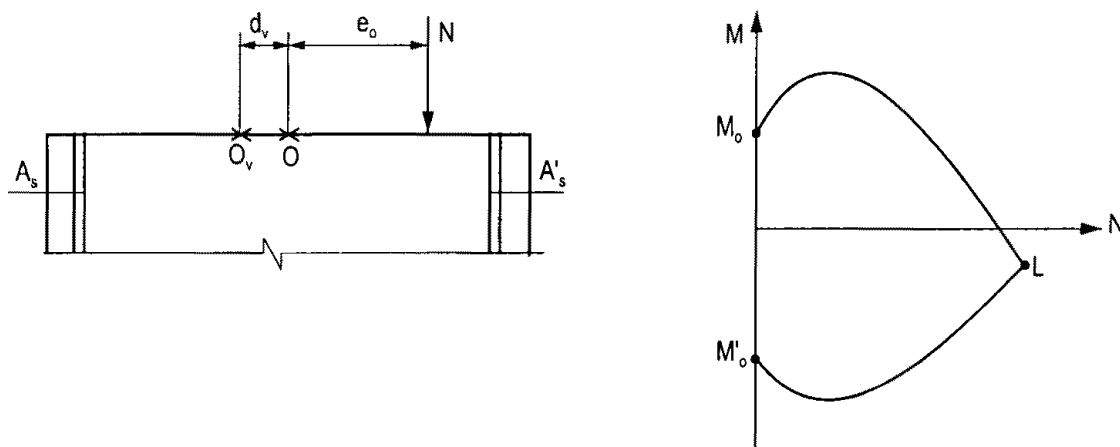
Những nghiên cứu về sự làm việc của tiết diện bê tông cốt thép cho rằng tính toán với trục qua O_v là đúng hơn, tuy vậy trong nhiều trường hợp độ sai lệch không đáng kể nên được bỏ qua. Người ta chỉ nêu ra vấn đề này khi muốn thể hiện thật chính xác (theo lý thuyết) biểu đồ tương tác.



Hình 2.11. Sơ đồ và biểu đồ tương tác khi $A'_s > A_s$

Như vậy khi lực N đặt đúng vào O_v tiết diện mới thực sự chịu nén trung tâm và chịu được lực nén lớn nhất $N_L = N_0$. Tuy vậy nếu so với trục qua O thì lúc này tiết diện vẫn còn chịu một mômen $M = M_L = Nd_v$. Khi vị trí đặt lực N nằm giữa O và O_v thì thực chất, so với O_v , M đã đổi chiều. Trên biểu đồ có một đoạn lùi từ L (hình 2.11b).

Khi $A_s > A'_s$, điểm O_v gần với A_s hơn, sơ đồ và biểu đồ tương tác như trên hình 2.12.



Hình 2.12. Sơ đồ và biểu đồ tương tác khi $A_s > A'_s$

2.5.3. Các phương pháp vẽ biểu đồ tương tác

Biểu đồ tương tác được tính toán theo từng điểm, nối các điểm lại thành đường liên tục. Để xác định tọa độ từng điểm có thể dùng một trong những cách đã trình bày ở các mục 2.4.3. đến 2.4.5: Cho N tìm M , cho M tìm N hoặc cho η_0 tìm N . Dùng bài toán biết η_0 tính N trong việc vẽ biểu đồ tương tác có nghĩa là từ gốc tọa độ kẻ đường xiên

lập với trục N một góc φ mà $\operatorname{tg}\varphi = \eta e_0$. Điểm cần tìm nằm trên đường xiên đó (khi đã tính được N). Có thể và nên dùng kết hợp các phương pháp vì mỗi phương pháp có chỗ mạnh và chỗ yếu của nó. Ba phương pháp đã trình bày là với một giá trị đã biết của đại lượng này tìm giá trị tương ứng của đại lượng kia. Để vẽ biểu đồ thì chúng ta tự cho đại lượng này các giá trị khác nhau để tìm các giá trị tương ứng của đại lượng kia và có được một số điểm.

Trong các phương pháp đã biết phương pháp nào cũng phải tính toán thông qua một biến trung gian là x. Vậy có thể xem x là biến độc lập để từ đó xác định các giá trị của M và N. Về phương diện vật lý, cho x biến đổi có nghĩa là sử dụng thay đổi mức độ chịu nén của bê tông từ đó mà xác định khả năng chịu nén mà khả năng chịu mômen của tiết diện. Về mặt thực hành lấy x làm biến số là đơn giản hơn cả.

Trước hết tính x_4 theo công thức (2-40).

Khi $x_4 \geq 2a'$ thì lấy x biến thiên trong khoảng $x_4 \leq x \leq h$.

Khi $x_4 < 2a'$ (kể cả khi $x_4 < 0$) lấy $2a' \leq x \leq h$.

Nhận xét rằng, khi tính toán tiết diện, nếu kể đến độ lệch tâm ngẫu nhiên e_a và ảnh hưởng của uốn dọc η thì mômen từ M tăng lên thành $M^* = N\eta e_0$ - xem công thức (1-18). Trong tính toán thực hành, ở trục mômen người ta không đặt giá trị M mà đặt giá trị M^* , làm như vậy việc lập và sử dụng biểu đồ đơn giản hơn.

Với các giá trị của x trong khoảng $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$ tính giá trị N theo công thức (2-7a), tính M_{lgh} theo công thức (2-4) trong đó $\sigma'_s = R_{sc}$ và tính $N\eta e_0$ theo công thức (2-47) rút ra từ điều kiện (2-2).

$$M^* = N\eta e_0 = M_{lgh} - N(0,5h - a) \quad (2-47)$$

Với các giá trị x trong khoảng $\xi_R h_0 < x \leq h$, dùng công thức (1-23a) xác định σ_s , dùng công thức (2-7b) tính N, dùng công thức (2-4) tính M_{lgh} và xác định $N\eta e_0$ theo (2-47).

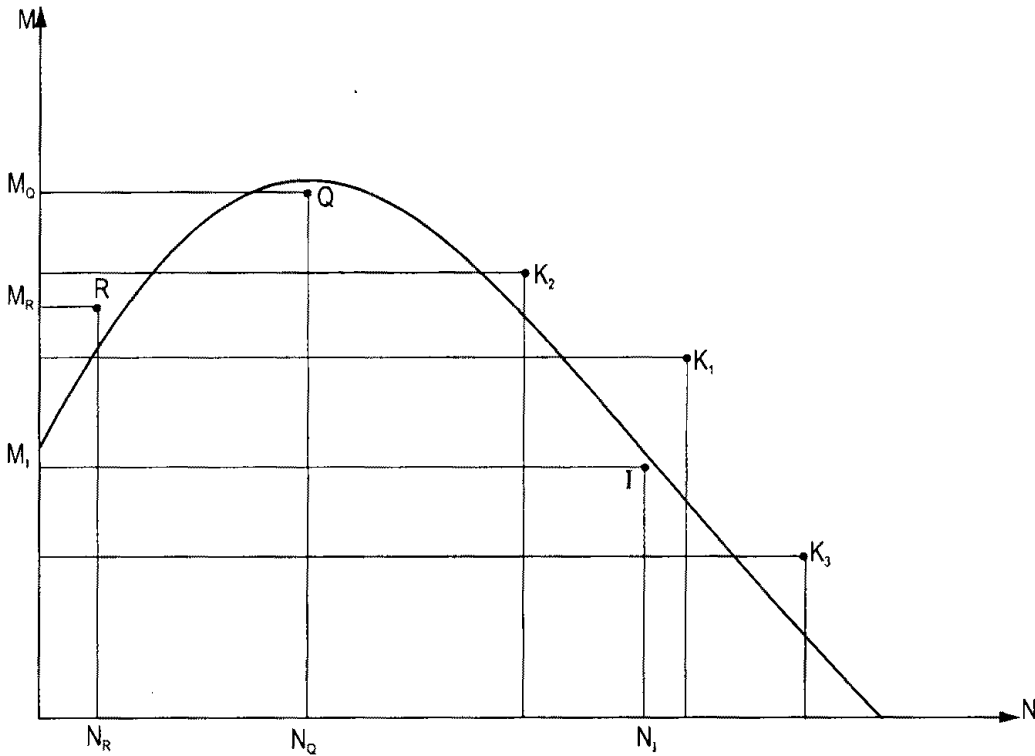
2.5.4. Nhận xét về biểu đồ tương tác

Biểu đồ tương tác của tiết diện dặt cốt thép đối xứng có hình dạng như hình 2.6. và 2.9. Khi dùng biểu đồ này để xem xét khả năng chịu lực của tiết diện có một số nhận xét như sau (hình 2.13):

- Điểm I nằm bên trong miền chịu lực với M_I, N_I . Các điểm K_1, K_2, K_3 nằm bên ngoài miền chịu lực thì hoặc là cả M_{K_j}, N_{K_j} đều lớn hơn M_I, N_I , hoặc ít nhất cũng có một trong hai đại lượng lớn hơn M_I, N_I . Đó là trong đại thể.

- Trong vùng lân cận đoạn DB tình hình có khác. Một điểm Q ở miền trong với M_Q, N_Q . Một điểm R ở miền ngoài trong lúc đó $M_R < M_Q$ và $N_R < N_Q$. Như vậy tiết diện

chịu được một cặp nội lực M_Q, N_Q trong lúc không chịu được cặp M_R, N_R đều có giá trị nhỏ hơn. Tuy vậy cặp nội lực M_R, N_R có độ lệch tâm $e_0 = \frac{M}{N}$ lớn hơn. Điều nhận xét vừa rồi như là một nghịch lý, nó được giải thích bằng cách phân tích sự làm việc của tiết diện bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm lớn, sự phá hoại bắt đầu từ vùng kéo. Khi M và N đều giảm nhưng N giảm nhiều hơn thì lực kéo trong cốt thép sẽ tăng lên. Công thức (2-20) cho thấy, khi N lớn thì cốt thép chịu kéo A_s sẽ bé hơn.



Hình 2.13. Nhận xét về biểu đồ tương tác

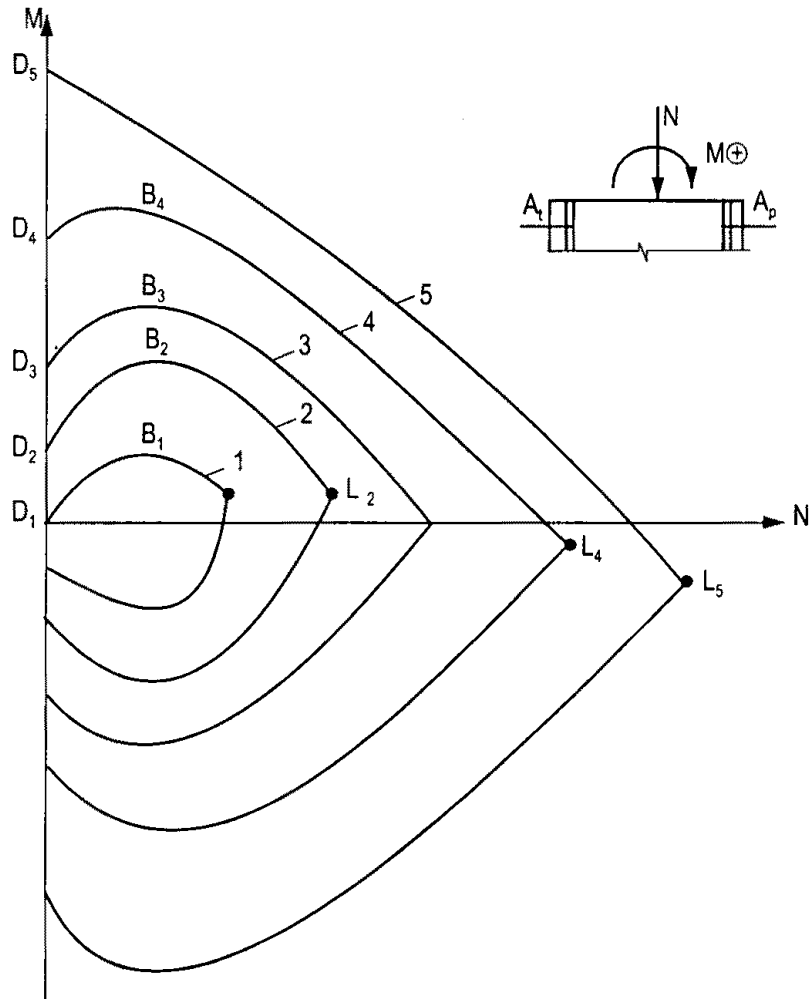
Hình dạng đường cong của biểu đồ tương tác phụ thuộc vào giá trị tuyệt đối và tỷ lệ giữa cốt thép ở hai phía, vào giá trị tương đối của x_4 là $\xi_4 = \frac{x_4}{h_0}$.

Xét tiết diện đặt cốt thép ở phía bên trái là A_t , bên phải là A_p . Cho A_p một giá trị cố định vào mức trung bình, cho A_t thay đổi từ 0 đến một giá trị khá lớn. Vẽ các biểu đồ với cả mômen dương (A_t chịu kéo) và mômen âm (A_p chịu kéo). Hình dạng các biểu đồ thay đổi như thể hiện trên hình 2.14.

Xét riêng phần biểu đồ ứng với mômen dương (A_t chịu kéo) thấy như sau:

Khi $A_t = 0$ có đường 1, điểm D_1 trùng gốc tọa độ. Tuy $A_t = 0$ nhưng khi tăng lực nén N khả năng chịu mômen tăng cho đến điểm B_1 .

Tăng A_t nhưng $A_t < A_p$, có đường 2. Biểu đồ có điểm lùi L_2 ở phía trên. Khi $A_t = A_p$, có đường 3, đối xứng.



Hình 2.14. Các dạng đường cong của biểu đồ tương tác

Tăng $A_t > A_p$ nhưng vẫn giữ cho $\xi_4 = \frac{x_4}{h_0} < \xi_R$ (xem x_4 ở công thức 2-40), có đường 4 với điểm lồi L_4 nằm ở phía dưới. Khi giá trị ξ_4 càng tăng lên thì đoạn DB càng giảm. Tăng A_t đến mức $\xi_4 > \xi_R$, đoạn DB biến mất (đường 5).

2.5.5. Biểu đồ tương tác không thứ nguyên

Lập biểu đồ với kích thước tiết diện và cốt thép đã biết như phần trên đã trình bày chỉ thích hợp cho một trường hợp cụ thể nào đó với việc vận dụng bị hạn chế. Lập biểu đồ với các thông số không thứ nguyên, đặc biệt là lập các họ biểu đồ sẽ có được sự vận dụng rộng rãi hơn.

Xét tiết diện đặt cốt thép đối xứng $A_s = A'_s$ và thỏa mãn điều kiện $R_s = R_{sc}$.

$$\text{Đặt : } n = \frac{N}{R_b b h_0}; \quad m = \frac{M^*}{R_b b h_0^2} = \frac{N \eta e_0}{R_b b h_0^2}$$

$$\delta = \frac{a}{h_0} = \frac{a'}{h_0}; \quad \xi = \frac{x}{h_0}$$

$$\alpha = \frac{R_{sc} A'_s}{R_b b h_0} = \frac{R_s A_s}{R_b b h_0} \quad (2-48)$$

Công thức (2.7b) biến đổi thành:

$$n = \xi + \alpha (1 - \varphi_s) \quad (4-49)$$

Trong đó $\varphi_s = \frac{\sigma_s}{R_s}$. Khi $\xi \leq \xi_R$ thì $\varphi_s = 1$ và $n = \xi$.

Với $\xi > \xi_R$ và khi dùng công thức (1-23a) để xác định σ_s sẽ có được:

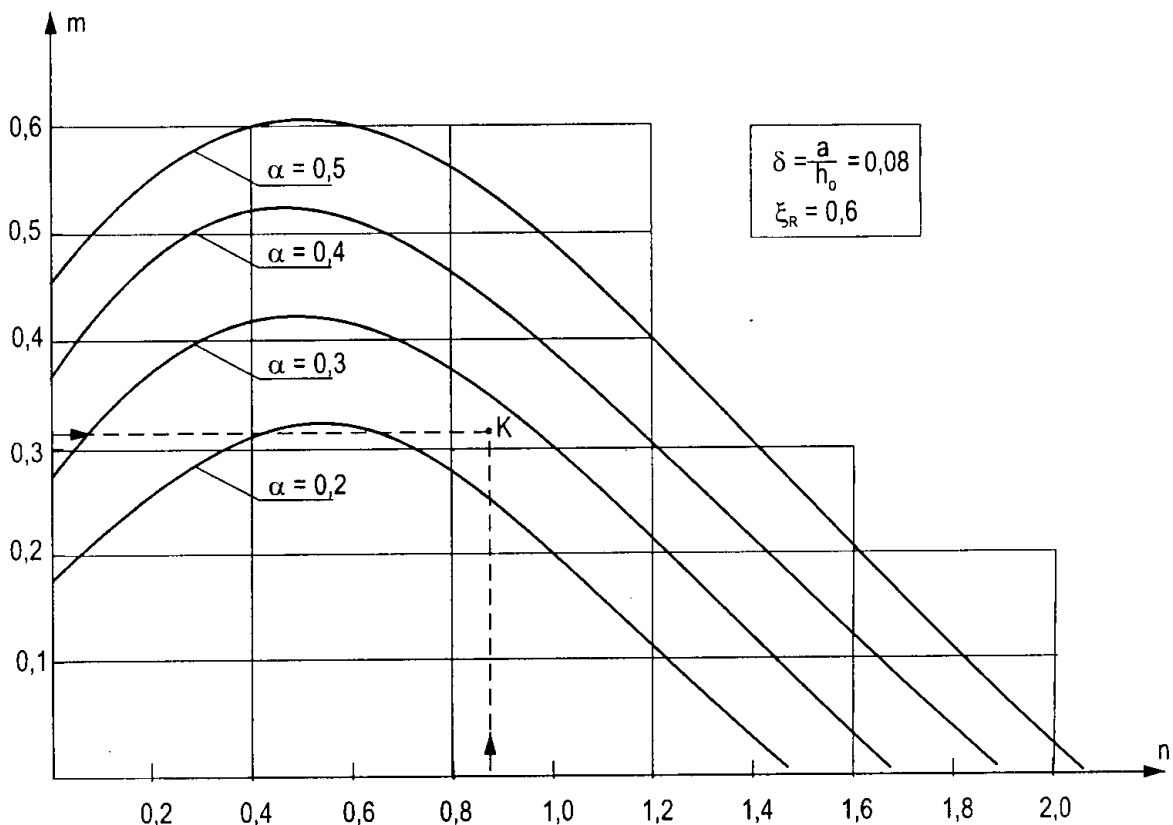
$$\varphi_s = \frac{\sigma_s}{R_s} = 1 - \frac{2(\xi - \xi_R)}{1 + \sigma - \xi_R} \quad (2-50)$$

Biến đổi công thức (2-47) thành:

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) \quad (2-21)$$

Để lập một biểu đồ, cho δ , ξ_R và α một giá trị chọn sẵn, cho ξ thay đổi sẽ tính ra các giá trị n và m . Mỗi cặp n , m cho một điểm của biểu đồ. Lấy ξ thay đổi từ 0 đến ξ_R , sau đó từ ξ_R đến h .

Với δ , ξ_R chọn sẵn, lại cho α thay đổi ($\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$) sẽ có được một họ biểu đồ. Như vậy một họ biểu đồ ứng với một giá trị δ , ξ_R , nhiều giá trị α . Cho δ thay đổi sẽ có nhiều họ biểu đồ với các δ , α khác nhau. Hình 2.15 vẽ một họ biểu đồ như vậy.



Hình 2.15. Họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên

Khi vẽ biểu đồ cho một tiết diện cụ thể với chiều dài tính toán l_0 cho trước, đã xét được ảnh hưởng của uốn dọc theo phương yếu nhất (hệ số uốn dọc φ) để tính giá trị N_0 (khả năng chịu nén đúng tâm, khi $M = 0$). Khi lập biểu đồ không thứ nguyên chưa xét được điều vừa trình bày vì vậy giá trị n ứng với $m = 0$ chỉ mới thể hiện khả năng chịu nén lớn nhất lúc chưa kể uốn dọc.

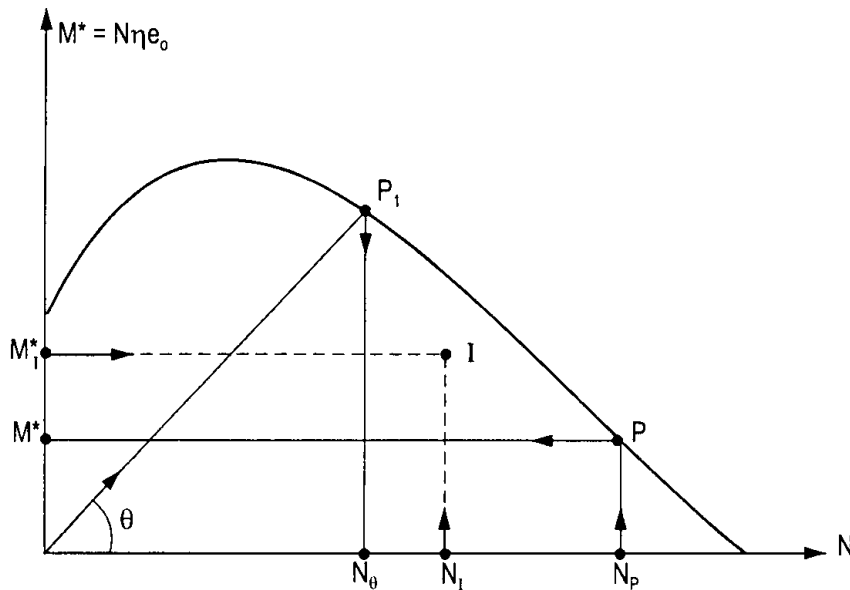
2.5.6. Dùng biểu đồ tương tác

Biểu đồ tương tác của tiết diện một cấu kiện cụ thể được dùng chủ yếu để kiểm tra khả năng chịu lực theo các bài toán trong mục 2.4.

Để kiểm tra khả năng chịu cặp nội lực M, N thì trước hết tính e_0, η và $M = N\eta e_0$. Với M^* và N có được một điểm I . Khi điểm đó nằm ở miền trong của biểu đồ thì tiết diện đủ khả năng chịu lực.

Để xác định M khi biết N thì từ N tìm được điểm P là giao của đường giống từ N với biểu đồ. Từ P tìm ra M^* , tính được e_0 và M .

Để xác định N khi biết e_0 , giả thiết hệ số η . Kẻ đường xiên có góc θ mà $\text{tg } \theta = \eta e_0$. Đường này cắt biểu đồ tại điểm P_1 . Từ P_1 tìm ra giá trị N (hình 2.16). Chú ý $\text{tg } \theta$ ở đây có đơn vị chiều dài, phải tính toán theo tỷ lệ trên hai trục của biểu đồ.



Hình 2.16. Dùng biểu đồ tương tác để xác định khả năng chịu lực

Họ biểu đồ không thứ nguyên, ngoài việc dùng để kiểm tra khả năng chịu lực như trên (chỉ dùng một đường ứng với α đã biết) còn dùng để tính toán cốt thép một cách nhanh chóng.

Từ các số liệu M, N, b, h, R_s, R_b đã cho, giả thiết a để tính h_0 và $\delta = \frac{a}{h_0}$. Tính $n,$

$\eta e_0, m$. Dùng họ đường cong với δ và ξ_R thích hợp sẽ từ m, n tìm được α và :

$$A_s = \frac{\alpha R_b b h_0}{R_s} \quad (2-52)$$

Thí dụ. Lấy số liệu ở thí dụ 3 mục 2.2.6: $b = 300$, $h = 500\text{mm}$; $l_0 = 2,8\text{m}$; $R_b = 11,5$; $R_s = 280\text{MPa}$; $N = 1320\text{kN}$; $M = 218\text{kN}$. Giả thiết $a = 37$, $h_0 = 463$, $\delta = \frac{37}{463} = 0,08$; $\xi_R = 0,61$.

Đã tính toán được $e_0 = 165\text{mm}$; $\eta = 1$.

$$n = \frac{N}{R_b b h_0} = \frac{1320 \times 1000}{11,5 \times 300 \times 463} = 0,864$$

$$m = \frac{N \eta e_0}{R_b b h_0^2} = n \frac{\eta e_0}{h_0} = 0,864 \frac{165}{463} = 0,308$$

Với $n = 0,864$ và $m = 0,308$ tìm trên họ biểu đồ có điểm K nằm giữa hai đường cong ứng với $\alpha = 0,2$ và $0,3$. Nội suy có được $\alpha = 0,28$ (gần đúng).

$$A_s = \frac{0,28 \times 11,5 \times 300 \times 467}{280} = 1610\text{mm}^2$$

2.5.7. Thí dụ vẽ biểu đồ tương tác

Thí dụ 1. Cho tiết diện như trên hình 2.4b với $l_0 = 2,8\text{m}$; $b = 30\text{cm}$, $h = 50\text{cm}$, $A_s = A'_s = 2\phi 22 + 2\phi 25 = 17,4\text{cm}^2$, $a = a' = 3,75\text{cm}$, lấy tròn $a = a' = 4\text{cm}$, $R_b = 11$, $R_s = 260\text{MPa}$; $\xi_R = 0,64$. Tính toán và vẽ biểu đồ tương tác.

$$h_0 = 50 - 4 = 46\text{cm} = 460\text{mm}; Z_a = 420\text{mm}.$$

$$x_4 = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b} = 0$$

$$M_0 = R_s A_s Z_a = 260 \times 1740 \times 420 = 190 \times 10^6 \text{N}_{iu}\text{mm} = 190\text{kNm}.$$

$$N_0 = \varphi(R_b A_b + R_s A_{st}) \text{ (công thức 1-6).}$$

$$A_{st} = A_s + A'_s = 17,4 \times 2 = 34,8\text{cm}^2 = 3480\text{mm}^2$$

$$A_b = 300 \times 500 - 3480 = 146500\text{mm}^2.$$

$$i = 0,288b = 0,288 \times 300 = 8,6$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{2800}{86,4} = 32,4 > 28, \text{ cần xét uốn dọc}$$

$$\varphi = 1,028 - 0,0000288 \times 32,4^2 - 0,0016 \times 32,4 = 0,94$$

$$N_0 = 0,94 (11 \times 146500 + 260 \times 3480) = 2365000 \text{ Niu.}$$

$$N_0 = 2365 \text{ kN}$$

Cho x biến thiên trong khoảng $2a' = 80 \leq x \leq \xi_R h_0 = 276$

Lấy $x = 80$;

$$N = R_b b x + R_s A'_s - R_s A_s = 11 \times 300 \times 80 + (0) = 264000 \text{ Niu} = 264 \text{ kN}$$

$$M_{lgh} = R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s Z_a$$

$$= 11 \times 300 \times 80 (460 - 40) + 260 \times 1740 \times 420 = 300,9 \times 10^6 \text{ Niu mm} = 300,9 \text{ kNm.}$$

$$M^* = M_{lgh} - N (0,5h - a) = 300,9 - 264 (0,5 \times 0,5 - 0,04) = 245,4 \text{ kNm.}$$

Tiếp tục lấy các giá trị khác của x bằng 120, 160, 200, 230, 250, 276, tính được kết quả ghi trong bảng:

x (mm)	N (kN)	M_{lgh} (kNm)	M^* (kNm)
120	396	348,4	265,2
160	528	390,6	279,7
200	660	427,6	289
230	759	451,8	292,4
250	825	466,4	293,2
276	91	483,3	292

Tiếp tục cho x biến thiên trong khoảng $\xi_R h_0 < x \leq h = 500$, với $x = 300$, (dùng công thức 1.23a tính σ_s):

$$\sigma_s = \left[1 - \frac{2(x - \xi_R h_0)}{h - \xi_R h_0} \right] R_s = \left[1 - \frac{2(300 - 276)}{500 - 276} \right] 260 = 204,3 \text{ MPa}$$

$$N = R_b b x + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s$$

$$= 11 \times 300 \times 300 + 260 \times 1740 - 204,3 \times 1740 = 1087 \times 10^3 \text{ Niu.}$$

$$M_{lgh} = R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s Z_a$$

$$= 11 \times 300 \times 300 (460 - 150) + 260 \times 1740 \times 420 = 496,9 \times 10^6 \text{ Nmm.}$$

$$M^* = 496,9 - 1087 (0,5 \times 5 - 0,04) = 268,6.$$

Tiếp tục tính toán với các giá trị của x bằng 350, 400, 450, 480. Kết quả ghi ở bảng sau:

x (mm)	σ_s (MPa)	N (kNiu)	M_{lgh} (kNm)	M^* (kNm)
300	204,3	1087	497	269
350	88,2	1454	519	214
400	-27,8	1820	533	151
450	-144	2188	539	80
480	-213,6	2407	-	-

Lực nén tối đa cột chịu được $N = 2365$ kN, khi tính với $x = 480$ có $N = 2407 > N_0$, dừng tính toán. Kết quả để vẽ biểu đồ ghi trong bảng sau:

N	0	396	528	660	759	825	911	1087	1454	1820	2188	2365
M^*	190	265,2	279,7	289	292,4	293	292	269	214	151	539	0

Thí dụ 2. Vẽ biểu đồ tương tác không thứ nguyên, cốt thép đối xứng với $\delta = \frac{a}{h_0} = 0,08$.

Tỷ lệ cốt thép $\mu = \frac{A_s}{bh_0} = 0,01$, $R_s = 260$; $R_b = 13$; $\xi_R = 0,6$

$$\alpha = \frac{A_s R_s}{R_b b h_0} = 0,01 \times \frac{260}{13} = 0,2$$

Trong phạm vi $0 < \xi < \xi_R = 0,6$ có $n = \xi$.

Khi $\xi = 0$; $n = 0$; $m = (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) = 0,92 \times 0,2 = 0,184$

với $\xi = 2\delta = 0,16$; $n = 0,16$

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) = 0,16(1 - 0,08) + 0,92(0,2 - 0,08)$$

$$m = 0,2576.$$

Với các giá trị khác của $\xi \leq \xi_R = 0,6$, kết quả ghi trong bảng sau:

ξ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
n	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
m	0,272	0,301	0,32	0,329	0,328

Với $\xi_R < \xi < 1 + \delta = 1,08$.

$$\varphi_s = 1 - \frac{2(\xi - \xi_R)}{1 + \delta - \xi_R} = 1 - \frac{\xi - 0,6}{0,24}$$

$$n = \xi + \alpha(1 - \varphi) = \xi + 0,2(1 - \varphi_s)$$

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) = \xi(1 - 0,5\xi) + 0,92(0,2 - 0,5n)$$

ξ	0,7	0,8	0,9	1,0	1,08
φ_s	0,583	0,167	-0,25	-0,667	-1,0
n	0,783	0,967	1,15	1,33	1,48
m	0,28	0,23	0,15	0,07	0

Kết quả vẽ biểu đồ tương tác lấy theo hai bảng trên. Khi cho α thay đổi sẽ có một họ biểu đồ. Hình 2.15 thể hiện họ biểu đồ với các giá trị $\alpha = 0,2; 0,3; 0,4$ và $0,5$. Chú ý rằng họ biểu đồ ở hình 2.15 mang tính chất tượng trưng, được thể hiện chưa thật chính xác do đó chưa dùng được để thiết kế thực tế. Để dùng cho thực tế có thể tham khảo các biểu đồ ở phụ lục. Theo nguyên tắc và thí dụ đã nêu, mỗi cơ quan thiết kế nên tự lập cho mình một số biểu đồ mẫu để dùng.

2.6. TÍNH TOÁN VỚI NHIỀU CẶP NỘI LỰC

2.6.1. Chọn các cặp nội lực để tính toán

Khi tổ hợp nội lực để tính toán cột (xem mục 1.3) thông thường mỗi cột được xét ít nhất hai tiết diện, mỗi tiết diện có 6 cặp nội lực trong hai tổ hợp cơ bản, như vậy mỗi cột có ít nhất 12 cặp nội lực cơ bản. Ngoài ra còn có thể có các cặp nội lực của tổ hợp đặc biệt. Theo nguyên tắc thì tiết diện cần phải đủ khả năng chịu tất cả các cặp nội lực có thể xảy ra. Khi dùng biểu đồ tương tác để tính toán cốt thép hoặc kiểm tra thì việc tính với một số lớn các cặp nội lực không có gì là phức tạp. Tuy vậy, khi dùng công thức để tính toán thì khối lượng công việc tăng lên nhiều. Để giảm nhẹ khối lượng người ta tìm cách bỏ bớt một số cặp, chỉ chọn ra một số cặp thuộc loại bất lợi nhất để tính toán (cần nhiều cốt thép hơn). Khi tiết diện có đủ khả năng chịu được các cặp thuộc loại bất lợi nhất thì nó cũng đủ khả năng chịu các cặp còn lại.

Điều 3.21 của TCVN 5574 - 1991 quy định: Chọn các cặp nội lực M, N bất lợi trong đó ngoài giá trị tuyệt đối của mômen còn cần xét đến chiều của nó. Với một lực nén N đã chọn, để tính toán cần lấy M có giá trị tương ứng lớn nhất. Còn nếu với M đã chọn để tính toán mà N tương ứng có khả năng thay đổi thì cần xét đến cả giá trị N bé nhất và N lớn nhất.

Trong các cặp nội lực của bảng tổ hợp thì cả M và N đều thay đổi do đó khó chọn ra một cặp nào đó là bất lợi nhất mà thường phải chọn ra một số cặp đáng nghi ngờ thuộc loại bất lợi nhất, trong đó nếu đặt cốt thép đối xứng thì không cần chú ý đến chiều của mômen còn nếu đặt cốt thép không đối xứng thì phải chú ý cả đến chiều của mômen (M dương, M âm). Các cặp thuộc loại bất lợi nhất là các cặp:

- Cặp có giá trị tuyệt đối mômen lớn nhất.
- Cặp có lực nén lớn nhất.

- Cặp có độ lệch tâm e_0 lớn nhất.
- Cặp có M và N đều thuộc loại lớn.
- Cặp có M và độ lệch tâm e_0 đều thuộc loại lớn.

Việc chọn bao nhiêu cặp để tính toán không có quy định cụ thể, có thể là 2, 3, 4 hoặc nhiều hơn tùy thuộc vào sự phân tích của người thiết kế. Nói chung dùng càng nhiều cặp để tính toán thì độ tin cậy càng cao.

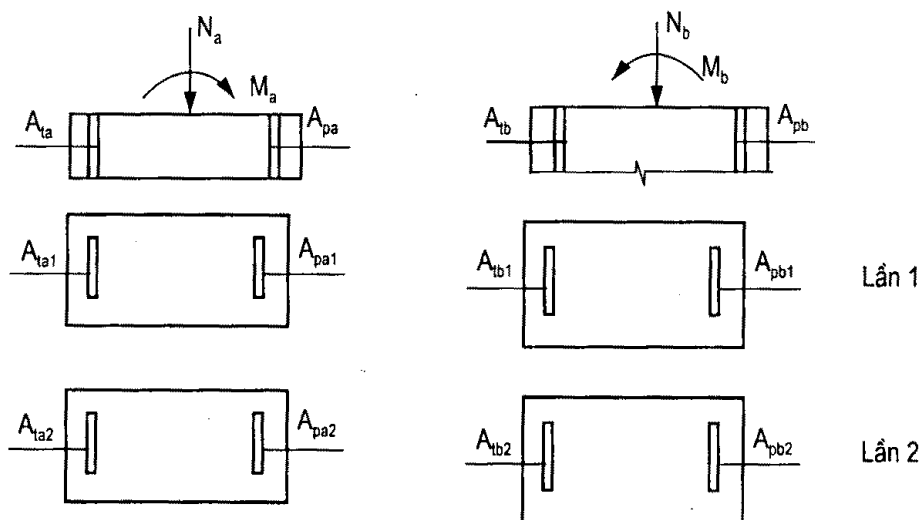
2.6.2. Tính toán cốt thép với nhiều cặp nội lực

2.6.2.1. Nguyên tắc chung

Khi đã chọn được một số cặp nội lực, nếu tính cốt thép đối xứng thì tiến hành tính cho tất cả các cặp rồi lấy giá trị lớn nhất để bố trí.

Khi đặt cốt thép không đối xứng với mục đích tiết kiệm cốt thép thì việc tính toán sẽ trở nên phức tạp hơn vì ứng với một cặp nội lực thường phải tính một số lần, cứ sau mỗi lần lại so sánh kết quả của các cặp khác nhau để điều chỉnh nhằm đạt được việc sử dụng cốt thép thật hợp lý, tiết kiệm. Để tiện theo dõi chúng ta đánh số các cặp nội lực là $i = a, b, c, \dots$, gọi cốt thép phía bên trái là A_t , bên phải là A_p , thứ tự các lần tính là $j = 1, 2, \dots$. Ký hiệu của một cốt thép trong quá trình tính toán là A_{tij} hoặc A_{pij} . Trong trường hợp cần phân biệt rõ ràng cốt thép chịu kéo hoặc chịu nén thì có thể thêm dấu phẩy cho cốt thép chịu nén, thí dụ, nếu ký hiệu A'_{tij} thì đã có ngụ ý cốt thép đó chắc chắn là chịu nén còn nếu ký hiệu A_{tij} là chung chung. Hình 2.17 nêu một thí dụ tiết diện được tính với hai cặp nội lực a, b ở hai lần tính. Khi cần phân biệt rõ ràng sự chịu lực của cốt thép có thể ký hiệu A'_{pa} và A'_{tb} .

Việc tính toán phụ thuộc vào các cặp mômen là cùng chiều hay khác chiều, tính toán theo nén lệch tâm lớn hay lệch tâm bé.



Hình 2.17. Sơ đồ đặt tên cốt thép các lần tính

2.6.2.2. Trường hợp các cặp mômen cùng chiều

Tính toán cốt thép không đối xứng với các cặp nội lực có mômen cùng chiều, trước hết tính cho tất cả các cặp và so sánh kết quả. Khi có một cặp nào đó cho A_t và A_p đều lớn nhất thì dừng việc tính toán và lấy kết quả đó để chọn thép.

Trường hợp có cặp a cho A_{ta1} lớn nhất còn một cặp khác, ví dụ cặp b, cho A_{pb1} lớn nhất (trong số các A_{pi1}) thì tiếp tục tính với hai cặp đó, sau sẽ xử lý với các cặp còn lại. Hai cặp được xét thường có ít nhất một cặp được tính theo nén lệch tâm lớn.

Để dễ theo dõi, cho rằng cả hai cặp đều chịu mômen dương, A_p đóng vai trò cốt chịu nén A' , A_t chịu kéo (hoặc nén ít). Kết quả tính lần thứ nhất cho $A_{ta1} > A_{tb1}$ và $A'_{pa1} < A'_{pb1}$ (thêm dấu phẩy vào A_p để nói rằng đó là cốt thép luôn luôn chịu nén).

a) Trường hợp cặp a nén lệch tâm bé

Cốt thép của cặp a không thể thay đổi, chỉ có thể thay đổi cốt thép cặp b (nén lệch tâm lớn). Xem lại khi tính cặp b đã dùng x bằng bao nhiêu. Khi đã lấy $x = \xi_R h_0$ thì ngừng tính toán và dùng ngay A_{ta1} và A'_{pb1} để chọn cốt thép. Nếu đã lấy $x < \xi_R h_0$ thì xóa bỏ kết quả, tính lại cặp b nhưng vẫn xem như tính lần thứ nhất, với $x = \xi_R h_0$, lúc này A'_{pb} vẫn lớn nhất thì ngừng tính toán, còn nếu lại phát hiện có cặp c nào đó mà A'_{pc1} là lớn hơn thì tiếp tục xử lý với cặp c như đã làm với cặp b.

b) Trường hợp cả hai cặp a, b đều nén lệch tâm lớn.

Tính lần thứ nhất có $A_{ta1} > A_{tb1}$ và $A'_{pa1} < A'_{pb1}$.

Tính cặp a lần thứ hai với $A'_{pa2} = A'_{pb1}$ sẽ được giá trị $A_{ta2} < A_{ta1}$. So sánh A_{ta2} với A_t của các cặp còn lại, nếu A_{ta2} vẫn lớn nhất thì dừng tính toán và chọn cốt thép theo A_{ta2} và A_{pa2} . Nếu phát hiện thấy có một cặp c nào đó mà $A_{tc1} > A_{ta2}$ thì tiếp tục tính toán với cặp c như đã làm với cặp a.

2.6.2.3. Trường hợp các cặp mômen khác chiều

Tính toán cốt thép không đối xứng cho nhiều cặp nội lực có mômen khác chiều, trước hết cần tính toán cốt thép không đối xứng cho tất cả các cặp.

Khi có một cặp nào đó mà cả A_t và A_p đều lớn nhất thì dừng tính toán. Nếu không có cặp nào như thế thì trong các cặp mômen cùng chiều chọn ra một cặp đại diện để so sánh. Thí dụ chọn được cặp a chịu mômen dương, cặp c chịu mômen âm. Khi mà cả A_t và A_p của cặp này đều lớn hơn cặp kia thì loại bỏ cặp có cốt thép bé, chọn một cặp khác có mômen cùng chiều với cặp có cốt thép lớn để tính toán theo mục 2.6.2.2.

Khi mà mỗi cặp có cốt thép ở một phía lớn hơn của cặp kia thì tính toán theo các trường hợp sau:

a) Trường hợp cả hai cặp đều nén lệch tâm bé thì dùng tính toán, mỗi phía chọn theo cốt thép lớn nhất của phía đó.

b) Trường hợp một cặp nén lệch tâm lớn (thí dụ cặp a), cặp kia nén lệch tâm bé. Chỉ có thể thay đổi cốt thép của nén lệch tâm lớn. Khi cốt thép chịu kéo của nén lệch tâm lớn là bé hơn mà khi tính toán đã dùng $x = \xi_R h_0$ thì dùng tính toán. Nếu khi tính toán dùng $x < \xi_R h_0$ thì cần tăng x , tính lại để giảm cốt thép chịu nén và tăng cốt thép chịu kéo. Tùy theo kết quả tính lại này mà xử lý, dùng tính toán hoặc tính với cặp khác.

c) Trường hợp một cặp nén lệch tâm lớn, cặp kia nén lệch tâm bé mà cốt thép chịu kéo của nén lệch tâm lớn lại lớn hơn cốt thép cùng phía của nén lệch tâm bé thì cần tính lại với cặp nén lệch tâm lớn.

Thí dụ cặp a chịu mômen dương, nén lệch tâm lớn, cặp c chịu mômen âm nén lệch tâm bé mà:

$$A_{ta1} > A'_{tc1} \text{ còn } A'_{pa1} < A_{pc1}$$

Tính lại cặp a lần thứ hai với $A'_{pa2} = A_{pc1}$ sẽ được $A_{ta2} < A_{ta1}$. Tùy theo kết quả tính lần hai mà xử lý, khi A_{ta2} vẫn là lớn nhất trong các A_{ti} thì dùng tính toán. Nếu có một cặp d nào đó mà $A_{td} > A_{ta2}$ thì lại đem cặp ấy ra để so sánh và tính lại.

d) Trường hợp cả hai cặp đều nén lệch tâm lớn.

Lúc này các lần tính có thể nhiều hơn và tiến hành theo phương pháp tính lặp.

2.6.2.4. Phương pháp tính lặp

Phương pháp tính lặp (hoặc tính vòng) cho hai cặp a, c nén lệch tâm lớn có mômen khác chiều, cốt thép không đối xứng mà trong lần tính thứ nhất mỗi cặp có cốt thép ở một phía lớn hơn của cặp kia. Cốt thép ở mỗi phía là chịu nén của cặp này và chịu kéo của cặp kia. Xét hai trường hợp sau:

a) Trường hợp 1. Cốt thép chịu nén lớn hơn.

Lúc này cần xem khi tính toán đã lấy x như thế nào. Nếu đã lấy $x = \xi_R h_0$ thì dùng tính toán. Nếu đã lấy $x < \xi_R h_0$ thì tăng x đến $\xi_R h_0$ rồi tính lại. Sau khi tính lại mà cốt thép phía chịu nén vẫn lớn hơn thì dùng tính toán còn nếu xảy ra cốt thép chịu kéo lớn hơn thì tính tiếp theo trường hợp 2.

b) Trường hợp 2. Cốt thép chịu kéo lớn hơn.

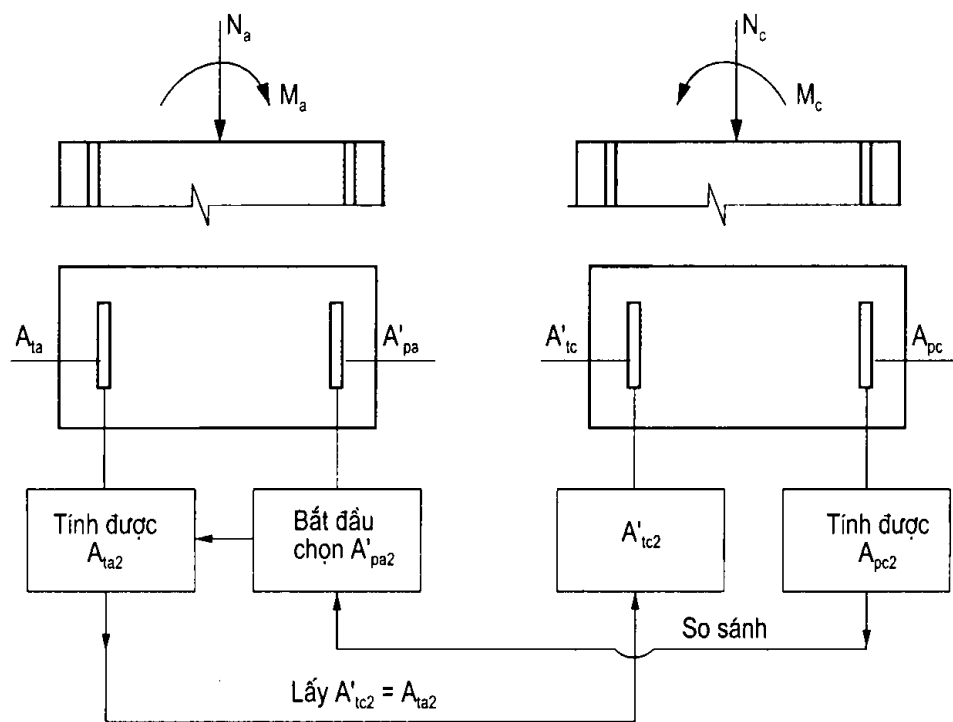
Thí dụ cặp a chịu mômen dương, A_{ta} chịu kéo còn cặp c chịu mômen âm, A_{pc} chịu kéo. Xảy ra:

$$A_{ta1} > A'_{tc1} \text{ và } A'_{pa1} < A_{pc1}$$

Tính lần thứ hai nên bắt đầu bằng cặp có cốt thép chịu kéo lớn nhất (thí dụ $A_{ta1} > A_{pc1}$) và tính cốt thép chịu kéo (A_{ta2}) khi đã chọn trước cốt thép chịu nén A'_{pa2} . Chọn A'_{pa2} như sau:

$A'_{pa1} < A'_{pa2} \leq A_{pc1}$. Nên chọn: $A'_{pa2} \geq 0,5 (A'_{pa1} + A_{pc1})$. Biết cốt thép chịu nén A'_{pa2} tính ra cốt thép chịu kéo A_{ta2} . Nếu $A_{ta2} < A'_{tc1}$ thì dừng tính toán. Việc tính lặp chỉ tiến hành khi $A_{ta2} > A'_{tc1}$.

Tính lần hai cho cặp c bằng cách chọn trước cốt thép chịu nén $A'_{tc2} = A_{ta2}$, tính được cốt thép chịu kéo A_{pc2} . So sánh A_{pc2} với A'_{pa2} . Sơ đồ tính toán một vòng thể hiện trên hình 2.18.



Hình 2.18. Sơ đồ một vòng tính lặp

Khi xảy ra $A_{pc2} \leq A'_{pa2}$ thì dừng.

Nếu $A_{pc2} > A'_{pa2}$ tiếp tục tính toán lần thứ ba với A'_{pa3} được chọn trước trong khoảng $A'_{pa2} < A'_{pa3} \leq A_{pb2}$. Với A'_{pa3} đã chọn tiếp tục tính toán một vòng mới cho đến khi tìm được A_{pc3} để so sánh với A'_{pa3} . Nếu kết quả chưa được như mong muốn thì tính tiếp vòng thứ 4, thứ 5. Tính như thế đến vòng thứ k (có thể $k = 2; 3$ là đủ) khi A_{pck} có giá trị gần bằng A_{pak} thì dừng.

2.6.3. Nhận xét về phương pháp tính

Khi cần tính toán cốt thép cho một tiết diện chịu nhiều cặp nội lực khác nhau thì dùng phương pháp tính cốt thép đối xứng là đơn giản hơn. Càng đơn giản hơn nữa nếu dùng được họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên.

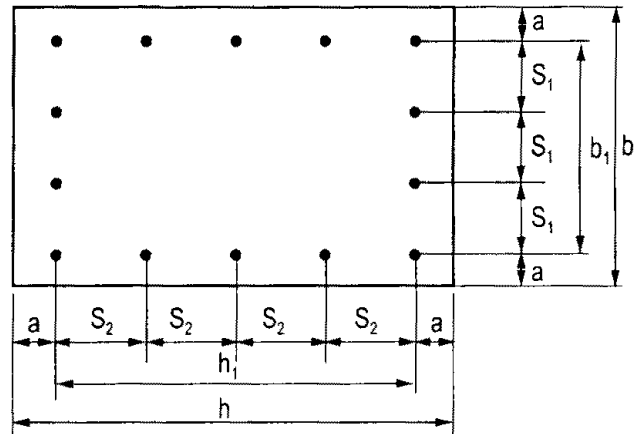
Việc tính cốt thép không đối xứng với nhiều cặp nội lực nhằm sử dụng cốt thép một cách tiết kiệm, hợp lý trong nhiều trường hợp là khá phức tạp và mang tính lý thuyết nhiều hơn. Để có thể vận dụng trong thực tế nên và cần lập các chương trình phần mềm, sử dụng máy tính.

2.7. TIẾT DIỆN CÓ CỐT THÉP ĐẶT THEO CHU VI

2.7.1. Đại cương về việc đặt cốt thép theo chu vi

Trong những phần trước đây đã trình bày cách tính toán cho trường hợp cốt thép chịu lực được đặt tập trung theo cạnh b có diện tích A'_s, A_s (hoặc A_t, A_p). Khi cạnh h là khá lớn, theo yêu cầu cấu tạo, dọc theo cạnh h cần đặt thêm cốt thép dọc nhưng chỉ xem là cốt cấu tạo mà không kể vào trong tính toán.

Tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi là khi cốt thép chịu lực được đặt phân ra tương đối đều trên cả cạnh b và cạnh h và thường đặt đối xứng theo hai trục (hình 2.19). Gọi s_1 và s_2 là khoảng cách giữa các trục thanh cốt thép theo cạnh b và cạnh h . Khi dùng các thanh cùng đường kính ϕ và $s_1 = s_2$ có trường hợp đặt cốt thép đều theo chu vi.



Hình 2.19. Tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi

Thường chỉ có thể đặt cốt thép đều trong tiết diện hình vuông hoặc tiết diện chữ nhật mà b_1, h_1 là bội số của khoảng cách s . Khi đặt không đều thì nên tạo ra mật độ cốt thép theo cạnh b lớn hơn theo cạnh h bằng cách dùng $s_1 < s_2$ hoặc chọn đường kính cốt thép đặt theo cạnh b lớn hơn.

Xét về mặt chịu lực, khi nén lệch tâm phẳng thì việc đặt thép theo chu vi ít hiệu quả hơn so với việc đặt thép tập trung dọc cạnh b . Tuy vậy khi kích thước tiết diện khá lớn, số lượng cốt thép khá nhiều thì việc đặt cốt thép theo chu vi làm cho thi công đơn giản hơn và không cần đặt thêm cốt thép cấu tạo. Hơn nữa khi cột có thể bị uốn theo hai phương thì việc đặt thép theo chu vi trở nên cần thiết.

2.7.2. Sơ đồ cốt thép và sơ đồ ứng suất

Tiết diện có kích thước $b \times h$ trong đó h là cạnh song song với mặt phẳng uốn. Cốt thép được bố trí thành từng lớp vuông góc với cạnh h lần lượt có diện tích là A_1, A_2, \dots, A_n trong đó A_1 và A_n là hai lớp ngoài cùng đặt theo cạnh b với A_1 là cốt thép chịu kéo hoặc nén ít hơn, A_n là cốt thép chịu nén nhiều. Khoảng cách từ trọng tâm các lớp cốt thép đến trọng tâm tiết diện là y_i . Lấy dấu của y_i là dương khi cốt thép ở khác phía với lực nén N đặt lệch tâm, y_i là âm khi ở cùng phía (so với trọng tâm tiết diện). Gọi h_{oi} là khoảng cách từ trọng tâm cốt thép lớp thứ i đến mép vùng nén. Mọi h_{oi} đều dương (hình 2.20).

Để lập sơ đồ ứng suất, dùng các cơ sở và giả thiết đã nêu ở mục 1.6. Sẽ là thuận tiện hơn khi theo quan điểm biến dạng, dùng giả thiết tiết diện phẳng để xác định biến dạng ε_i của các lớp cốt thép, từ ε_i suy ra ứng suất σ_i .

Gọi x_0 - khoảng cách từ trục trung hòa đến mép chịu nén;

x - chiều cao vùng nén tính đối.

Khi tiết diện có một phần chịu kéo $x_0 < h$, lấy $x = \theta h$ ($\theta = 0,85$).

Khi toàn bộ tiết diện chịu nén, $x_0 \geq h$, lấy x theo công thức (1-22) có thể tính toán ε_i và σ_i theo các công thức (1-24) và (1-25).

Tiêu chuẩn TCXDVN 356 - 2005 đưa ra công thức thực nghiệm để xác định σ_i :

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \frac{\omega}{1,1}} \left(\frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) + \sigma_{spi} \quad (2-54)$$

σ_{spi} - ứng suất trước trong cốt thép, với cốt thép thường $\sigma_{spi} = 0$.

$\sigma_{sc,u}$ - ứng suất giới hạn của cốt thép ở vùng chịu nén, với cấu kiện làm từ bê tông nặng, bê tông hạt nhỏ, bê tông nhẹ giá trị σ_s được lấy như sau:

- Với tải trọng ở mục 2a của phụ lục 1 lấy $\sigma_{sc,u} = 50\text{MPa}$
- Với tải trọng ở mục 2b, lấy $\sigma_{sc,u} = 400\text{MPa}$.

$$\omega = \alpha - 0,008R_b$$

Lấy $\alpha = 0,85$ đối với bê tông nặng, $\alpha = 0,8 \div 0,75$ đối với bê tông hạt nhỏ (xem phụ lục 4).

$\xi_i = \frac{x}{h_{oi}}$. Chiều cao tương đối vùng chịu nén của bê tông.

Theo công thức (2-54) tính được $\sigma_i > 0$ là ứng suất kéo, $\sigma_i < 0$ là ứng suất nén. Giá trị của σ_i được lấy trong giới hạn $-R_{sc} \leq \sigma_i \leq R_s$.

2.7.3. Công thức tính toán cơ bản

Sơ đồ ứng suất đã lập ở hình 2.18 là tổng quát do đó không cần phân biệt nén lệch tâm là lớn hay bé, không cần các điều kiện $x \leq \xi_R h_0$ và $x \geq 2a'$ như khi tính với tiết diện thông thường có cốt thép đặt tập trung theo cạnh b.

Lập công thức hình chiếu:

$$N = R_b b x - \sum \sigma_i A_i \quad (2-55)$$

Công thức mômen:

$$M^* = N \eta e_0 = 0,5 R_b b x (h - x) + \sum \sigma_i A_i y_i \quad (2-56)$$

Hai phương trình (2-55) và (2-56) được dùng đồng thời với phương trình (2-54).

Việc vận dụng các công thức, phương trình vừa nêu để tính cốt thép là khá phức tạp vì phải chọn trước vị trí các lớp cốt thép để xác định y_i , h_{oi} , giả thiết quy luật phân bố diện tích các lớp cốt thép và thường phải dùng cách tính gần đúng dần. Để vận dụng trong thực tế thì lập và dùng họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên là thuận lợi hơn cả.

2.7.4. Lập biểu đồ tương tác

Về nguyên tắc có thể lập biểu đồ cho mọi trường hợp đặt cốt thép bất kỳ, tuy vậy thông dụng hơn cả là trường hợp cốt thép đối xứng theo hai trục. Phương pháp dùng biến số trung gian x là thuận lợi.

Lập biểu đồ cho một cấu kiện cụ thể khi đã biết kích thước tiết diện và bố trí cốt thép bằng cách cho x thay đổi, ban đầu lấy $x = 0,1h$ rồi tăng dần từng cấp cho đến $x = h$. Với mỗi giá trị x tìm được một cặp N và M^* . Với x khá bé có thể tính được $N < 0$, ứng với trường hợp kéo lệch tâm, không dùng các giá trị đó. Chỉ lấy số liệu để vẽ biểu đồ khi $N \geq 0$.

Tính thêm một giá trị nữa với nén đúng tâm ($M^* = 0$), lúc này $N = R_b b h + R_{sc} \sum A_i$. Khi có xét đến uốn dọc cần đưa thêm hệ số $\varphi \leq 1$,

Thí dụ. Vẽ biểu đồ tương tác cho tiết diện ở hình 2.18 với các số liệu sau:

$b = 400$; $h = 800\text{mm}$; $l_0 = 6\text{m}$; bê tông có $R_b = 14,5\text{MPa}$; cốt thép 16 ϕ 22 có $R_s = 365\text{MPa}$; $E_s = 210.000$; $a = 40\text{mm}$. Số liệu về cốt thép ghi ở trong bảng:

Ký hiệu	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
Diện tích (mm^2)	1520	760	760	760	760	1520
y_i (mm)	360	216	72	-72	-216	-360
h_{oi} (mm)	760	616	472	328	184	40

Tính σ_i theo công thức (2.54) trong đó lấy $\sigma_{sc,u} = 400\text{MPa}$.

$$\omega = \alpha - 0,008 R_b = 0,85 - 0,008 \times 14,5 = 0,734.$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{1,1} \left(\frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) = \frac{400}{1,1} \left(\frac{0,734}{\xi_i} - 1 \right) = 1202 \left(\frac{0,734}{\xi_i} - 1 \right)$$

Đồng thời - $R_{sc} \leq \sigma_i \leq R_s$, như vậy - $365 \leq \sigma_i \leq 365$.

x	A ₁ h ₀₁ = 760		A ₂ h ₀₂ = 616		A ₃ h ₀₃ = 472		A ₄ h ₀₄ = 328		A ₅ h ₀₅ = 184		A ₆ h ₀₆ = 40	
	ξ_1	σ_1	ξ_2	σ_2	ξ_3	σ_3	ξ_4	σ_4	ξ_5	σ_5	ξ_6	σ_6
80	×	365	×	365	×	365	×	365	0,434	365	2	-365
160	×	365	×	365	×	365	0,488	365	0,869	-186	×	-365
240	×	365	×	365	0,508	365	0,731	5	1,304	-365	×	-365
320	0,421	365	0,519	365	0,678	99	0,975	-297	1,739	-365	×	-365
400	0,526	365	0,649	157	0,847	-160	1,219	-365	×	-365	×	-365
480	0,631	196	0,779	-69	1,017	-334	1,463	-365	×	-365	×	-365
560	0,737	-5	0,909	-231	1,186	-365	×	-365	×	-365	×	-365
640	0,842	-154	1,039	-352	×	-365	×	-365	×	-365	×	-365
720	0,947	-270	1,168	-365	×	-365	×	-365	×	-365	×	-365
800	1,052	-363	1,298	-365	×	-365	×	-365	×	-365	×	-365

Chú thích: Những ô có đánh dấu × không cần tính toán ξ_i mà có thể lấy $\sigma_i = R_s$ hoặc $\sigma_i = -R_{sc}$.

x	A ₁ = 1520 y ₁ = 360		A ₂ = 760 y ₂ = 216		A ₃ = 760 y ₃ = 72		A ₄ = 760 y ₄ = -72		A ₅ = 760 y ₅ = -216		A ₆ = 1520 y ₆ = -360	
	σ_A 10 ³	σ_{Ay} 10 ⁶	σ_A 10 ³	σ_{Ay} 10 ⁶	σ_A 10 ³	σ_{Ay} 10 ⁶	σ_A 10 ³	σ_{Ay} 10 ⁶	σ_A 10 ³	σ_{Ay} 10 ⁶	σ_A 10 ³	σ_{Ay} 10 ⁶
80	554	199	277	59,8	277	19,9	277	-19,9	277	-59,8	-554	199
160	554	199	277	59,8	277	19,9	277	-19,9	-141	30,4	-554	199
240	554	199	277	59,8	277	19,9	4	-0,3	-277	59,8	-554	199
320	554	199	277	59,8	75	5,4	-225	16,2	-277	59,8	-554	199
400	554	199	119	25,7	-121	-8,7	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
480	298	107	-52	-11,2	-253	-18,2	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
560	-7	-2,5	-175	-37,8	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
640	-234	-84	-267	-57,6	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
720	-410	-147	-277	-59,8	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
800	-551	-198	-277	-59,8	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199

x	$R_b b x$ 10^3	$\Sigma \sigma A$ 10^3	N 10^3	$0,5R_b b x(h-x)$ 10^6	$\Sigma \sigma A y$ 10^6	M^* 10^6
80	464	1108	-644	167	398	565
160	928	967	-39	297	488	785
240	1392	281	1111	389	537	926
320	1856	-150	2006	445	539	984
400	2320	-556	2876	464	495	959
480	2784	-1115	3899	460	356	816
560	3248	-1567	4815	389	218	607
640	3712	-1886	5598	297	117	414
720	4176	-2072	6248	188	52	240
800	4640	-2213	6853	0	1	1

Với $M^* = 0$, cột chịu nén đúng tâm, lúc này phải kể đến uốn dọc theo phương yếu nhất.

Bán kính quán tính bé nhất $i = 0,288 \times 400 = 115 \text{ mm}$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{6000}{115} = 52,2 > 28, \text{ cần kể uốn dọc}$$

$$\varphi = 1,028 - 0,0000288 \times 52,2^2 - 0,0016 \times 52,2 = 0,866$$

Tính N_0 theo công thức (1-6):

$$N_0 = \varphi(R_b A_b + R'_s A_{st}) = 0,866 (14,5 \times 400 \times 800 + 365 \times 6080) = 5940000 \text{ Niu.}$$

Lấy giá trị của N không quá 5940 kN.

Trong kết quả tính toán có 1 số $N < 0$, chịu kéo lệch tâm. bỏ các số liệu đó. Ứng với $N = 0$ tính được $M^* = 790 \text{ kNm}$. Kết quả để vẽ biểu đồ ghi trong bảng sau:

N	0	1111	2006	2876	3899	4815	5598	5940
M^*	790	926	984	959	816	607	414	0

2.7.5. Họ biểu đồ không thứ nguyên

Họ biểu đồ được lập cho tiết diện có kích thước b, h bất kỳ và tỷ lệ cốt thép

$$\mu_s = \frac{A_{st}}{bh} \text{ bất kỳ với } A_{st} \text{ là diện tích toàn bộ cốt thép dọc.}$$

Tuy vậy cần dự kiến bố trí các lớp cốt thép để xác định các giá trị

$$\delta = \frac{a}{h}; \gamma_i = \frac{h_{oi}}{h}; \beta_i = \frac{y_i}{h}. \text{ Diện tích mỗi lớp cốt thép là } A_i = k_i A_{st} = \mu_i bh \text{ với } \mu_i = k_i \mu_s.$$

Như cách thể hiện trên hình 2-18 thì $A_{st} = 16\phi$; $A_1 = A_6 = 4\phi$ do đó $k_1 = k_6 = \frac{4}{16} = 0,25$

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = 2\phi; k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 0,125;$$

$$\text{Đặt : } n = \frac{N}{R_b bh}; \quad m = \frac{M^*}{R_b bh^2} = \frac{N\eta e_0}{R_b bh^2}$$

$$\xi = \frac{x}{h}; \xi_i = \frac{x}{h_{oi}} = \frac{\xi}{\gamma_i}$$

Đặt $\rho_i = \frac{\sigma_i}{R_b}$. Dùng công thức (2-54) biến đổi thành:

$$\rho_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{R_b \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)} \left(\frac{\omega}{\xi} \gamma_i - 1\right)$$

$$\text{Đồng thời } -\frac{R_{sc}}{R_b} \leq \rho_i \leq \frac{R_s}{R_b}$$

Dùng công thức (2-55) và (2-56) biến đổi thành:

$$n = \xi - \sum \rho_i \mu_i \quad (2-57)$$

$$m = 0,5\xi(1 - \xi) + \sum \rho_i \mu_i \beta_i \quad (2-58)$$

Với các giá trị ξ khá bé tính ra được $n < 0$. Bỏ qua các giá trị đó. Ứng với $\xi = 1$, tính theo nén đúng tâm, $m = 0$ và $n = 1 + \frac{R_{sc}}{R_b} \mu_s$.

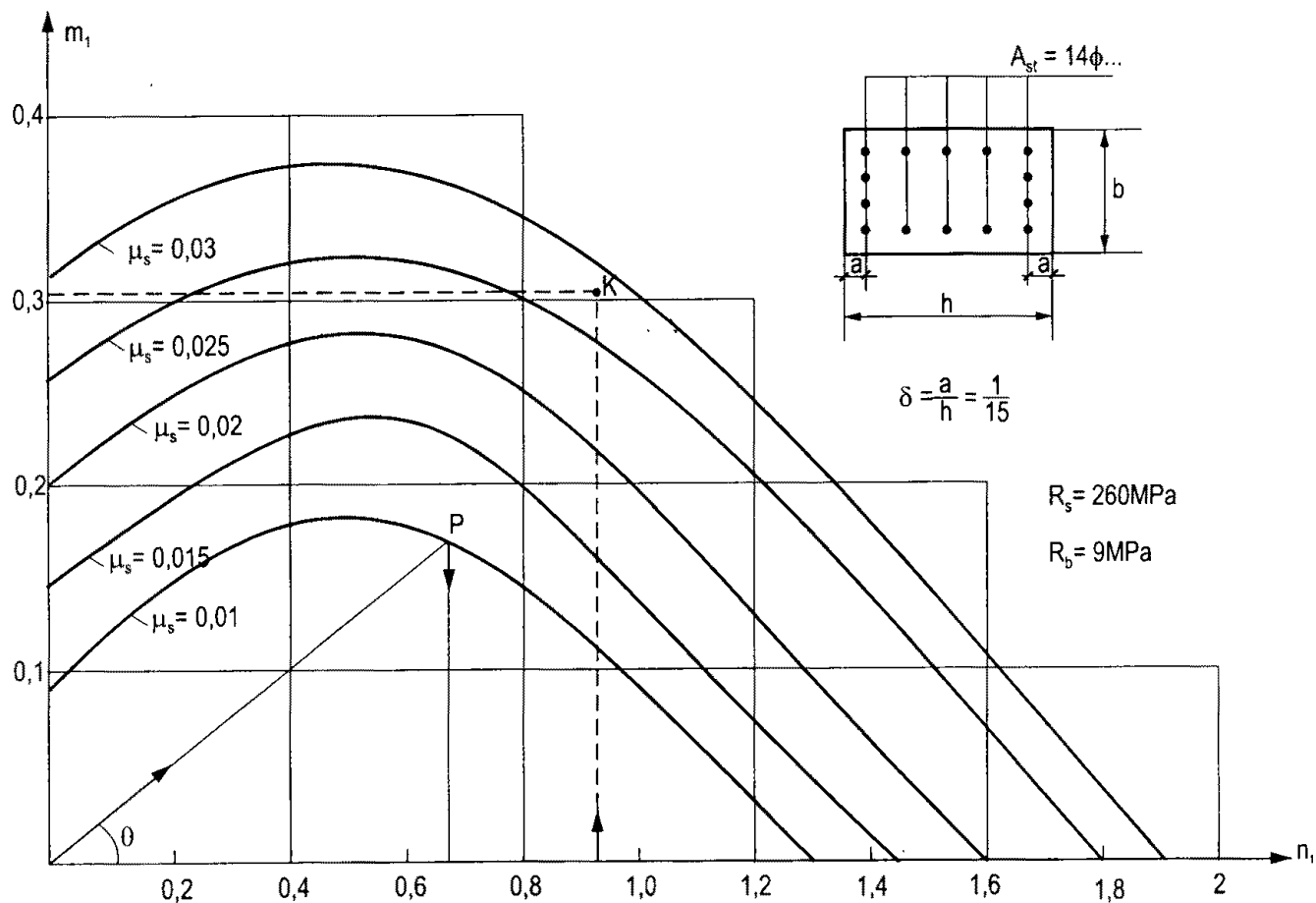
Mỗi biểu đồ được lập với một kiểu bố trí cốt thép thể hiện qua các hệ số k_i và các thông số δ ; R_s ; R_b . Với δ đã có sẽ tính ra các giá trị γ_i ; β_i . Với một giá trị μ_s đã chọn cho ξ thay đổi từng cấp sẽ tính toán và vẽ được một biểu đồ. Cho μ_s các giá trị khác nhau sẽ có một họ biểu đồ. Hình 2.21 giới thiệu một họ biểu đồ như vậy.

Vận dụng họ biểu đồ có thể để kiểm tra khả năng chịu lực hoặc để tính toán cốt thép. Trong các bài toán kiểm tra thì khi biết ηe_0 cần tìm lực N là khá phổ biến trong việc tính toán cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên sẽ trình bày ở chương 5. Thí dụ theo hình

2.21, tiết diện có $\mu_s = 0,01 = 1\%$. Với $\text{tg}\theta = \frac{\eta e_0}{h} = 0,25$, tìm N ?

Kẻ đường xiên góc θ mà $\text{tg}\theta = 0,25$ với chú ý tỷ lệ trên hai trục là khác nhau. Giá trị 0,25 là tỷ lệ giữa tung độ và hoành độ. Đường xiên cắt biểu đồ có $\mu_s = 1\%$ tại điểm P, giống xuống tìm thấy $n = 0,65$ từ đó tính được $N = nR_b bh$.

Để tính toán cốt thép, từ n và m tìm được điểm K nằm giữa hai đường với μ_s cho trước. Nội suy được μ_s cần thiết và tính:



Hình 2.21. Họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên của tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi

$$A_{st} = \mu_s bh \quad (2-59)$$

Thí dụ.

Tiết diện $b = 400\text{mm}$, $h = 600\text{mm}$, bê tông có $R_b = 9$; cốt thép có $R_s = 260\text{MPa}$. $N = 2000\text{kN}$; $M = 340\text{ kNm}$. Chiều dài tính toán của cột $l_0 = 5,4\text{m}$. Yêu cầu tính toán cốt thép đặt theo chu vi.

Giả thiết: $a = 40\text{mm}$, $\delta = \frac{a}{h} = \frac{40}{600} = \frac{1}{15}$

Xét uốn dọc: $\frac{l_0}{h} = \frac{5400}{600} = 9 > 8$

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 600^3}{12} = 72 \times 10^8 \text{ mm}^2$$

Ứng với $R_b = 9$ có $E_b = 24000\text{MPa}$.

$$N_{th} = \frac{2,5E_b J}{l_0^2} = \frac{2,5 \times 24000 \times 72 \times 10^8}{5400^2} = 14800 \times 10^3 \text{ Niu}$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{th}}} = \frac{1}{1 - \frac{2000}{14800}} = 1,15$$

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{340}{2000} = 0,17\text{m} = 170\text{mm} . \text{Độ lệch tâm ngẫu nhiên } e_a.$$

$$e_a \geq \left(\frac{5400}{600}; \frac{600}{30} \right) = 20\text{mm} . \text{Cấu kiện thuộc kết cấu siêu tĩnh } e_0 = \max(e_1, e_a) = 170\text{mm}.$$

$$\eta e_0 = 1,15 \times 0,17 = 0,195\text{m} = 195\text{mm}$$

$$n = \frac{N}{R_b b h} = \frac{2000 \times 1000}{9 \times 400 \times 600} = 0,926$$

$$m = \frac{N \eta e_0}{R_b b h^2} = \frac{2000000 \times 195}{9 \times 400 \times 600^2} = 0,301$$

Dự kiến dùng 14 thanh cốt thép đặt theo chu vi như trên hình 2.21. Với $\delta = \frac{1}{15}$;

$R_s = 260$; $R_b = 9$, tra biểu đồ với $n = 0,926$; $m = 0,301$ có được điểm K nằm giữa hai biểu đồ với $\mu_s = 0,025$ và $0,03$. Nội suy có $\mu_s = 0,028$.

$$A_{st} = 0,028 \times 400 \times 600 = 6720\text{mm}^2$$

Bố trí 14 thanh, diện tích mỗi thanh: $\frac{6720}{14} = 480\text{mm}^2$. Chọn dùng cốt thép $\phi 25$ có diện tích 491mm^2 (hình 2.23).

Chú ý rằng họ biểu đồ ở hình 2.21 mang nhiều tính tượng trưng, chưa đủ độ chính xác để dùng cho thiết kế thực tế. Ở phụ lục 9 cho một số biểu đồ có thể dùng được.

2.7.6. Phương pháp gần đúng xác định N

Khi biết độ lệch tâm ηe_0 cần xác định N mà không có biểu đồ tương tác phù hợp để dùng thì có thể tính toán như sau:

Tính ước chừng chiều cao vùng nén x theo công thức (2-60):

$$x = (0,5h - \eta e_0) + \sqrt{(0,5h - \eta e_0)^2 + \frac{0,8R_s A_{st}(h - 2a)}{R_b b}} \quad (2-60)$$

Lấy hai giá trị x để tính toán là x_1 và x_2 với $x_1 = x + \alpha_1 h$;

$x_2 = x + \alpha_2 h$. Giá trị α_1, α_2 lấy phụ thuộc vào tỷ số x/h theo bảng sau:

x/h	≤ 0,1	0,1 ÷ 0,2	0,2 ÷ 0,3	0,3 ÷ 0,4	0,4 ÷ 0,5	0,5 ÷ 0,6	0,6 ÷ 0,7	0,7 ÷ 0,8	0,8 ÷ 0,9	≥ 0,9
α ₁	0,1	0,05	0	-0,05	-0,1	-0,15	-0,2	-0,25	-0,3	-0,35
α ₂	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0	-0,05	-0,10	-0,15	-0,2

Ứng với mỗi x đã chọn, tính toán σ_i của các lớp cốt thép theo công thức (2-54). Từ đó tính hai giá trị của N là N₁ và N₂. Tính N₁ theo công thức (2-55) đã lập:

$$N_1 = R_b b x - \sum \sigma_i A_i$$

Tính N₂ theo công thức (2-61) rút ra từ (2-56):

$$N_2 = \frac{M^*}{\eta e_0} = \frac{0,5 R_b b x (h - x) + \sum \sigma_i A_i y_i}{\eta e_0} \quad (2-61)$$

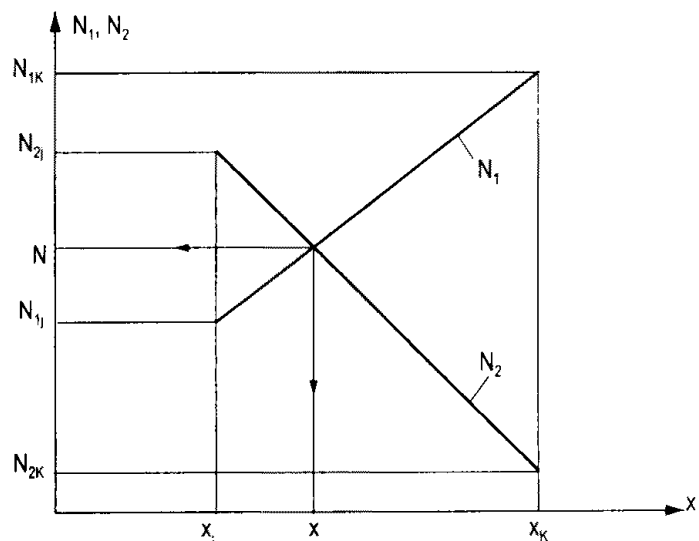
Với hai giá trị x tìm được hai cặp N₁, N₂ như vậy. Ghi kết quả vào bảng sau:

x	x ₁	x ₂
N ₁	N ₁₁	N ₁₂
N ₂	N ₂₁	N ₂₂

Có thể xác định N gần đúng bằng đồ thị hoặc bằng tính toán. Vẽ đồ thị N₁ và N₂ theo x. Điểm cắt nhau của hai đồ thị cho biết giá trị của N (hình 2.22).

Với hai giá trị của x như đã chọn khả năng hai đồ thị N₁ và N₂ cắt nhau là rất lớn. Nếu chúng vẫn chưa cắt nhau thì cần phán đoán để chọn thêm một giá trị x mới ngoài hai giá trị đã có.

Cũng có thể lập công thức để tính toán N dựa trên các số liệu N₁, N₂ đã có. Trước hết cần biết khoảng x_j, x_k mà trong khoảng đó hai đồ thị cắt nhau. Tiêu chí để nhận biết là : N_{2j} < N_{1j} trong khi N_{2k} > N_{1k} (hoặc ngược lại).



Hình 2.22. Đồ thị xác định giá trị N

$$N = \frac{N_{1j}(N_{2k} - N_{2j}) - N_{2j}(N_{1k} - N_{1j})}{N_{1j} + N_{2k} - N_{2j} - N_{1k}} \quad (2-62)$$

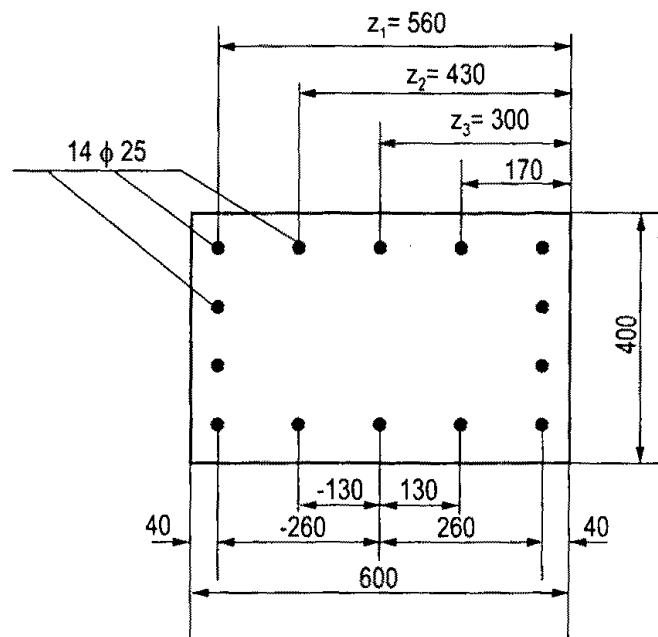
Thực chất của phương pháp vừa trình bày cũng là phương pháp vẽ biểu đồ tương tác nhưng không vẽ toàn bộ biểu đồ mà chỉ tính toán cho một đoạn với hai điểm. Tính chất gần đúng ở công thức (2-62) là xem ở trong đoạn đang xét sự thay đổi của N_1 và N_2 theo quy luật đường thẳng.

Thí dụ. Lấy kết quả của thí dụ ở mục 2.7.5. Yêu cầu xác định lực N khi cho $\eta_{e0} = 195\text{mm}$; $R_b = 9$; $R_s = 260\text{MPa}$.

Tiết diện thể hiện trên hình 2.23. Các số liệu về cốt thép dùng để tính toán ghi ở bảng sau:

Ký hiệu	Cấu tạo	Diện tích	y_i	Z_i
A_1	4 ϕ 25	1964	260	560
A_2	2 ϕ 25	982	130	430
A_3	2 ϕ 25	982	0	300
A_4	2 ϕ 25	982	-130	170
A_5	4 ϕ 25	1964	-260	40

$$A_{st} = \sum A_i = 14\phi 25 = 6874\text{mm}^2.$$



Hình 2.23. Tiết diện đặt thép theo chu vi

Tính x theo công thức (2-60):

$$x = (300 - 195) + \sqrt{(300 - 195)^2 + \frac{0,8 \times 260 \times 6874 \times 520}{9 \times 400}} = 570\text{mm}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{570}{600} = 0,95. \text{ Lấy hai giá trị của } x \text{ là } x_1 \text{ và } x_2$$

$$x_1 = x + \alpha_1 h \text{ với } \alpha_1 = -0,35; x_1 = 570 - 0,35 \times 600 = 360 \text{ mm}$$

$$x_2 = x + \alpha_2 h = 570 - 0,2 \times 600 = 450 \text{ mm}$$

Tính σ_i theo công thức (2.54) với $\omega = 0,85 - 0,008 \times 9 = 0,778$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \frac{\omega}{1,1}} \left(\frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) = \frac{400}{1 - \frac{0,778}{1,1}} \left(\frac{0,778}{\xi_i} - 1 \right) = 1366 \left(\frac{0,778}{\xi_i} - 1 \right)$$

$\xi_i = \frac{x}{h_{oi}}$. Đồng thời - $R_s \leq \sigma_i \leq R_s$, tức là: $-260 \leq \sigma_i \leq 260$.

Lớp cốt thép	$x_1 = 360$		$x_2 = 450$	
	ξ_i	σ_i	ξ_i	σ_i
$A_1, h_{01} = 560$	0,643	260	0,803	-42
$A_2, h_{02} = 430$	0,837	-97	1,046	-260
$A_3, h_{03} = 300$	1,0	-260	1,433	-260
$A_4, h_{04} = 170$	2,11	-260	2,53	-260
$A_5, h_{05} = 40$	9,0	-260	10,75	-260

Kết quả tính toán về lực:

x	$A_1 = 1964$ $y_2 = 260$		$A_2 = 982$ $y_2 = 130$		$A_3 = 982$ $y_3 = 0$		$A_4 = 982$ $y_4 = -130$		$A_5 = 1964$ $y_5 = -260$	
	σA 10^3	σAy 10^6	σA 10^3	σAy 10^6	σA 10^3	σAy 10^6	σA 10^3	σAy 10^6	σA 10^3	σAy 10^6
360	510	132,6	-95	-12,3	-255	0	-255	33,1	-510	132,6
450	-82,5	-21,4	-255	-33,1	-255	0	-255	33,1	-510	132,6

$$N_1 = R_b b x - \sum \sigma_i A_i y_i$$

$$N_2 = \frac{M^*}{\eta e_0} = \frac{0,5 R_b b x (h - x) + \sum \sigma_i A_i y_i}{\eta e_0}$$

x	N_1	N_2
360 (j)	1901	2264
450 (K)	2977	1193

$$N = \frac{N_{1j}(N_{2K} - N_{2j}) - N_{2j}(N_{1K} - N_{1j})}{N_{1j} + N_{2K} - N_{2j} - N_{1K}}$$

$$N = \frac{1901(1193 - 2264) - 2264(2977 - 1901)}{1901 + 1193 - 2264 - 2977} = 2083 \text{ kN}$$

Ghi chú: Trường hợp có biểu đồ tương tác thì việc xác định N sẽ đơn giản hơn. Biểu đồ phù hợp có các thông số sau: $R_b = 9$.

$$R_s = 260 \text{ MPa}; \quad \frac{a}{h} = \frac{40}{600} = \frac{1}{15}, \text{ cốt thép gồm } 14\phi \text{ được bố trí thành } 5 \text{ hàng trong đó}$$

hàng thứ nhất (A_1) và hàng thứ 5 (A_5) có 4 ϕ , các hàng khác có 2 ϕ . Họ biểu đồ ở hình 2.21 có các thông số phù hợp như vậy.

Giả thử biểu đồ ở hình 2.21 có được độ chính xác cần thiết thì cách tìm giá trị N như sau:

$$\text{Tính } A_{st} = 14\phi 25 = 6874 \text{ mm}^2;$$

$$\mu_s = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{6874}{400 \times 600} = 0,0286 = 2,86\%$$

$$\text{tg}\theta = \frac{\eta e_0}{h} = \frac{195}{600} = 0,325$$

Kẻ đường xiên góc với $\text{tg}\theta = 0,325$ gặp các biểu đồ:

Với $\mu_s = 0,025$ tìm được $n = 0,87$

$\mu_s = 0,030$ tìm được $n = 0,98$

Nội suy, với $\mu_s = 0,0286$ có $n = 0,94$

$$N = n \cdot R_b \cdot bh = 0,94 \times 9 \times 400 \times 600 = 2030000$$

$$N = 2030 \text{ kN}$$

Kết quả có sai số so với tính toán (sai số do tính toán gần đúng và do độ chính xác của biểu đồ).