

# ỔN ĐỊNH CỦA THANH CHỊU NÉN ĐÚNG TÂM

**CÔNG THỨC EULER XÁC ĐỊNH LỰC TỐI HẠN**

**ỨNG SUẤT TỐI HẠN & GIỚI HẠN ÁP DỤNG CÔNG THỨC EULER**

**ỔN ĐỊNH CỦA THANH LÀM VIỆC NGOÀI GIAI ĐOẠN ĐÀN HỒI**

**PHƯƠNG PHÁP THỰC HÀNH TÍNH ỔN ĐỊNH**

**KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH**

Xét bài toán ổn định của thanh chịu nén làm việc trong và ngoài giới hạn đàn hồi và tính toán ổn định của thanh theo phương pháp thực hành.

Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

2

## 1. KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH (WHAT IS STABILITY OF STRUCTURES)



**Bể nước được chống đỡ nhờ các cột thép.**  
(The water tank is supported by steel columns)



**Nhà được tạo khung với các cột gỗ.**  
(The building under construction is framed with wood columns).

Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

3



# 1. KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH

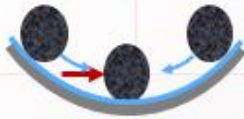
## (WHAT IS STABILITY OF STRUCTURES)

### 1.1. Sự ổn định của kết cấu:

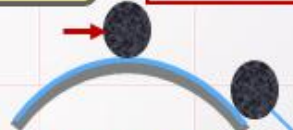
### 1.1. Stability of structures:

Sự ổn định của kết cấu là khả năng duy trì dạng cân bằng ban đầu khi có nhiễu.

The stability of structure is able to maintain its original equilibrium position when it is acted by disturbance.



Cân bằng ổn định  
(Stable Equilibrium)



Cân bằng không ổn định  
(Unstable Equilibrium)



Cân bằng phiếm định  
(Neutral Equilibrium)

### 1.2. Sự ổn định và mất của thanh chịu nén đúng tâm:

#### (Stability and instability of compressed column)



Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

4

# 1. KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH

## (WHAT IS STABILITY OF STRUCTURES)

### 1.2. Sự ổn định và mất của thanh chịu nén đúng tâm:

#### (Stability and instability of compressed column)

Điều kiện ổn định

$$P \leq \frac{P_{th}}{k_{\text{ổđ}}}$$

Trạng thái tới hạn là trạng thái chuyển từ trạng thái ổn định sang trạng thái cân bằng mất ổn định. (The **Critical status** is the status moves from **Stable status** to **Unstable status**)

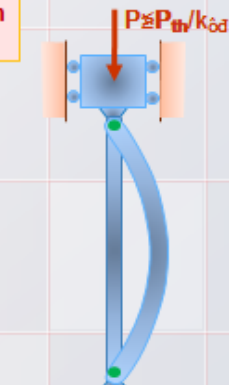
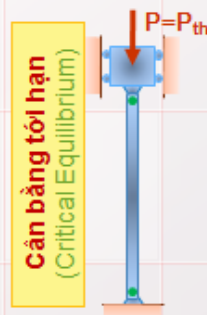
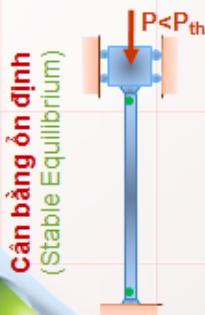
Trị số của lực P ứng với trạng thái tới hạn được gọi là **lực tới hạn P<sub>th</sub>**.

The value of the load P of the Critical status is called **Critical load P<sub>th</sub>**

Trạng thái ổn định  
(Stable status)

Trạng thái tới hạn  
(Critical status)

Trạng thái không ổn định  
(Unstable status)

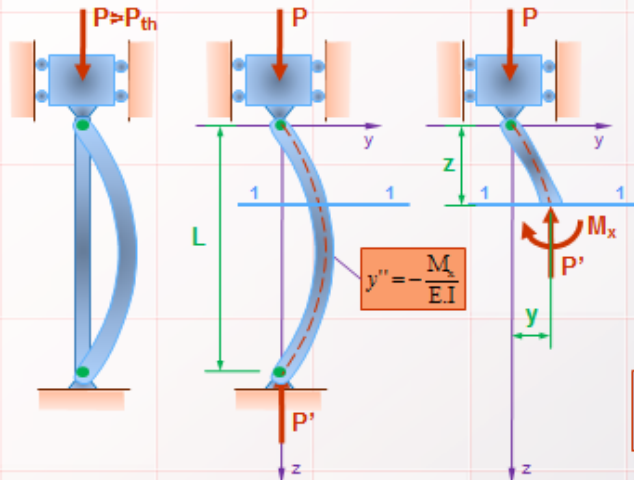


Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

5

## 2. CÔNG THỨC EULER XÁC ĐỊNH LỰC TỚI HẠN (DETERMINE THE CRITICAL LOAD BY EULER'S FORMULA)

### 2.1. Đối với cột có liên kết khớp ở hai đầu (For pin-ended column):



$$y'' + \alpha^2 y = 0 (*) \quad \text{Với} \quad \alpha^2 = \frac{P}{E.I}$$

Nghiệm tổng quát của phương trình (\*):  
(The general solution of equation (\*))  
 $y = C_1 \cdot \sin \alpha z + C_2 \cdot \cos \alpha z$

$$P = n^2 \cdot \frac{\pi^2 E.I}{L^2}$$

Cột không ổn định khi  $P \geq P_{th}$   
(The column is not stable when  $P \geq P_{th}$ )

Lực tới hạn  $P_{th}$   
(The critical load  $P_{th}$ )  $P_{th} = P_{min} = \frac{\pi^2 E.I_{min}}{L^2}$

### 2.2. Đối với cột có liên kết khác (For column with other end condition):

Lực tới hạn  $P_{th}$   
(The critical load  $P_{th}$ )

$$P_{th} = P_{min} = m^2 \cdot \frac{\pi^2 E.I_{min}}{L^2} = \frac{\pi^2 E.I_{min}}{(\mu.L)^2}$$

Với  $\mu = \frac{1}{m}$

Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

6

## 3. ỨNG SUẤT TỚI HẠN VÀ GIỚI HẠN ÁP DỤNG CÔNG THỨC EULER (THE CRITICAL STRESS AND THE LIMITED APPLICATION OF EULER'S FORMULA)

### 3.1. Ứng suất tới hạn và độ mảnh:

\* Ứng suất tới hạn:

Ứng suất tới hạn ( $\sigma_{th}$ ) là ứng suất gây ra bởi lực tới hạn ( $P_{th}$ ).

$$\sigma_{th} = \frac{P_{th}}{A} = \frac{\pi^2 E.I_{min}}{(\mu.L)^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 E.i_{min}^2}{(\mu.L)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu.L}{i_{min}}\right)^2}$$

\* The critical stress:

The value of the stress corresponding to the critical load ( $P_{th}$ ) is called the critical stress ( $\sigma_{th}$ ).

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

Bán kính quán tính nhỏ nhất của tiết diện.  
(The minimum of the cross-section's radius of gyration)

\* Độ mảnh  $\lambda$  (The slenderness ratio):

$$\lambda = \frac{\mu.L}{i_{min}}$$

$$\sigma_{th} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

### 3.2. Giới hạn áp dụng công thức Euler:

$$\sigma_{th} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{tt}$$

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{tt}}} = \lambda_0$$

Điều kiện để áp dụng công thức Euler:

$$\lambda \geq \lambda_0$$

$\lambda_0$ : Độ mảnh giới hạn (Limited slenderness)

### 3.2. Restrictions apply Euler's Formula:

Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

11



## 4. ỔN ĐỊNH CỦA THANH LÀM VIỆC NGOÀI GIAI ĐOẠN ĐÀN HỒI (STABILITY OF ROD WORKING OUTSIDE ELASTIC PHASE)

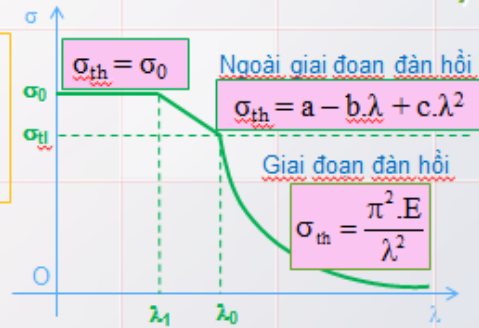
Khi  $\lambda \geq \lambda_0$ : Thanh làm việc trong giai đoạn đàn hồi.  
(If  $\lambda \geq \lambda_0$ , the rod will work in elastic phase)

Khi  $\lambda < \lambda_0$ : Thanh làm việc ngoài giai đoạn đàn hồi.  
(If  $\lambda < \lambda_0$ , the rod will work outside elastic phase)

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{tl}}}$$

$$\lambda_1 = \frac{a - \sigma_{tl}}{b}$$



### Bài tập 7:

Một thanh bằng gang có chiều dài  $l$ , một đầu ngàm và một đầu khớp. Có tiết diện là hình tròn rỗng, bán kính ngoài  $R = 4\text{cm}$ , bán kính trong  $r = 2\text{cm}$ .

Xác định lực tới hạn của thanh khi:  $a, l = 2\text{m}$        $b, l = 0,8\text{m}$

Biết: Vật liệu gang có:

+ Các đặc trưng về cường độ:  $E = 1,2 \cdot 10^7 \text{N/cm}^2$ ;  $\sigma_{tl} = 17 \text{kN/cm}^2$ ;  $\sigma_b = 23 \text{kN/cm}^2$

+ Các hệ số phụ thuộc vào các vật liệu trong công thức Lashinski:

$a = 77,6 \text{kN/cm}^2$ ;  $b = 1,2 \text{kN/cm}^2$  và  $c = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{kN/cm}^2$ .

Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

12



## 5. PHƯƠNG PHÁP THỰC HÀNH TÍNH ỔN ĐỊNH. (PRACTICAL METHODS DETERMINING STABILITY)

5.1. Điều kiện làm việc ổn định của thanh chịu nén đúng tâm:

5.1. Stable working conditions of centered compressive rod:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \iff \sigma = \frac{|N|}{A_0} \leq [\sigma]_{\text{ôđ}} = \frac{\sigma_{th}}{k} \implies \sigma = \frac{|N|}{\phi \cdot A_0} \leq [\sigma]$$

Độ mảnh $\lambda$	CT3	Gang	Gỗ	Vật liệu	CT3	Gang	Gỗ
0	1.00	1.00	1.00	70	0.81	0.34	0.60
10	0.99	0.97	0.99	80	0.75	0.26	0.48
20	0.96	0.91	0.97	90	0.69	0.20	0.38
30	0.94	0.81	0.93	100	0.60	0.16	0.31
40	0.92	0.69	0.87	110	0.52		0.25
50	0.89	0.54	0.80	120	0.45		0.22
60	0.86	0.44	0.71	130	0.40		0.18

Giảng viên: Lê Thị Thanh Bình

13