

**Chương 12:**

**THANH CHỊU TẢI TRỌNG ĐỘNG**

**Mục tiêu chương:**

- Trình bày khái niệm về tải trọng động.
- Dựa vào dạng của gia tốc chuyển động ta có bài toán có gia tốc là hằng số, bài toán dao động và bài toán va chạm.
- Giới thiệu phương pháp tính toán các bài toán động thông qua việc xác định hệ số động  $K_d$ .

**12.1. KHÁI NIỆM CHUNG:**

**12.1.1. Tải trọng tĩnh và tải trọng động:**

Khi thanh biến dạng dưới tác dụng của ngoại lực, các phần tử trong thanh sẽ có chuyển động, phát sinh gia tốc chuyển động và lực quán tính:

Nếu tải trọng biến đổi chậm hay không đổi theo thời gian, có gia tốc chuyển động nhỏ và có thể bỏ qua lực quán tính so với các tải trọng tác động thì gọi là **tải trọng tĩnh**.

Nếu tải trọng thay đổi nhanh theo thời gian, gây ra chuyển động có gia tốc lớn và không thể bỏ qua lực quán tính so với các tải trọng tác động thì gọi là **tải trọng động**.

Tùy theo tính chất của tải trọng mà có thể có bài toán tĩnh hay bài toán động. Và sự khác biệt giữa bài toán tĩnh và bài toán động chính là sự có mặt hay không có mặt của lực quán tính, có kể hay không kể đến động năng chuyển động trong biểu thức tính toán.

**12.1.2. Các dạng bài toán động:**

Vì gia tốc là đặc điểm của bài toán động, nên tùy theo đặc tính của gia tốc chuyển động mà có các dạng bài toán động sau:

Bài toán 1: Bài toán có chuyển động với gia tốc không đổi  $\vec{a} = \text{const}$ .

Bài toán 2: Bài toán có chuyển động với gia tốc thay đổi và là hàm xác định theo thời gian:  $\vec{a} = \overline{a(t)}$  (Bài toán dao động: Gia tốc thay đổi tuần hoàn theo thời gian).

Bài toán 3: Bài toán có chuyển động xảy ra rất nhanh trong một thời gian rất ngắn (Bài toán va chạm).

**12.1.3. Các giả thiết khi tính toán:**

Khi giải bài toán động cần chấp nhận những giả thiết sau:

Tính chất vật liệu khi chịu tải trọng tĩnh và khi chịu tải trọng động là như nhau (Vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi tuyến tính).

Tính biến dạng của thanh khi chịu tải trọng tĩnh và khi chịu tải trọng động là như nhau (Chuyển vị và biến dạng của hệ bé).

Để thuận tiện cho việc tính toán bài toán động thường áp dụng các nguyên lý sau:

- **Nguyên lý D'Alembert:** Vật thể chuyển động sẽ nằm ở trạng thái tĩnh nếu đặt vào vật thể lực quán tính tỷ lệ với khối lượng và gia tốc chuyển động.

$$\vec{F}_{qt} = -m \cdot \vec{a} \tag{12.1}$$

- Trong đó:  $m$ : Khối lượng của vật thể đang xét.  
 → Nếu  $m$  là khối lượng tập trung thì lực quán tính là lực tập trung.  
 → Nếu  $m$  là khối lượng phân bố thì lực quán tính là lực phân bố.

Vận dụng nguyên lý này cho bài toán 1 và bài toán 2.

- **Nguyên lý bảo toàn năng lượng:** Khi bỏ qua nhiệt năng và các năng lượng không phục hồi thì tổng biến thiên động năng  $\Delta K$  và biến thiên thế năng  $\Delta U$  của hệ đàn hồi từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 bằng công  $A_{ng}$  của ngoại lực sinh ra trong quá trình đó.

$$\Delta K + \Delta U = A_{ng} \quad (12.2)$$

- **Nguyên lý bảo toàn xung lượng:** Động lượng của hệ trước và sau khi va chạm là một trị số không đổi.

Hai nguyên lý về năng lượng được áp dụng trong bài toán 3.

## 12.2. BÀI TOÁN CÓ GIA TỐC LÀ HẰNG SỐ

### 12.2.1. Bài toán kéo vật nặng lên cao nhanh dần đều:

**Bài toán:** Một dầm bê tông dài  $L = 5b = 5m$ , có trọng lượng riêng  $\gamma = 25kN/m^3$  được kéo lên cao nhanh dần đều, sao cho trong 10 giây đầu lên cao 10m. Dầm có tiết diện  $A = 500m^2$ . Bỏ qua trọng lượng của dây, xác định lực kéo trong dây và mômen uốn lớn nhất trong dầm (Hình 12.1).

#### ◆ Lời giải:

- Gia tốc chuyển động của dầm:

$$a = 2 \cdot \frac{(S - V_0 \cdot t)}{t^2} = 2 \cdot \frac{10}{10^2} = 0,2m/s^2$$

- Khối lượng của dầm phân bố đều nên có:

$$q_{bt} = \gamma \cdot A$$

- Vì khối lượng là phân bố đều nên lực quán tính  $q_{qt}$  cũng phân bố đều:

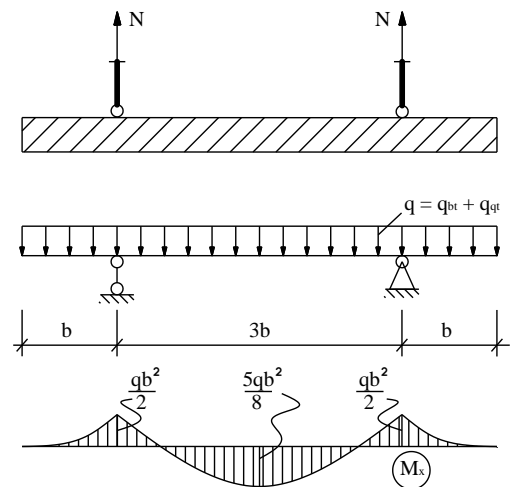
$$q_{qt} = m \cdot a = \frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot a$$

- Đặt lực quán tính vào dầm, hệ được xem là trạng thái tĩnh. Dầm chịu lực phân bố đều  $q$  gồm trọng lượng bản thân dầm và lực quán tính:

$$q = q_{bt} + q_{qt} = \gamma \cdot A + \frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot a = \gamma \cdot A \cdot \left(1 + \frac{a}{g}\right) = 25 \cdot 0,5 \cdot \left(1 + \frac{0,2}{9,81}\right) = 12,755 \frac{kN}{cm}$$

- Lực căng dây:  $N = q \cdot L / 2 = 12,755 \cdot 5 / 2 = 31,887kN$

- Mômen uốn lớn nhất trong dầm:  $M_{max} = \frac{5q \cdot b^2}{8} = \frac{5 \cdot 12,755 \cdot 1^2}{8} = 7,972kNm$

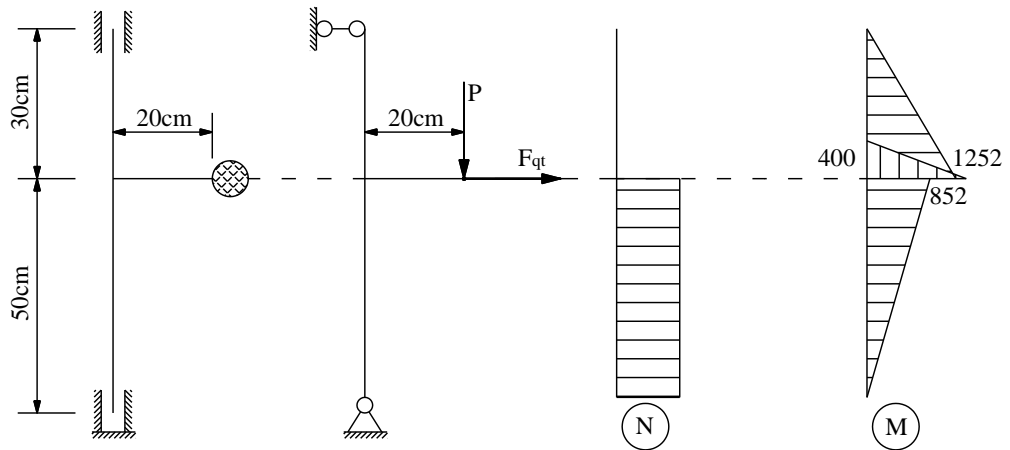


Hình 4.1: Bài toán kéo vật nặng lên cao nhanh dần đều.

**12.2.2. Bài toán chuyển động quay:**

**Bài toán:** Một trục đứng AB có tiết diện tròn rỗng, đường kính ngoài 10cm và đường kính trong 7cm, mang vật nặng 20kG quay quanh trục với vận tốc  $n = 240$  vòng/phút (Hình 12.2). Xác định ứng suất pháp lớn nhất trên tiết diện thanh, bỏ qua trọng lượng bản thân của trục.

**♦ Lời giải:**



Hình 12.2: Bài toán chuyển động quay đều.

Khi vật nặng quay quanh trục với vận tốc không đổi, vật sẽ có gia tốc hướng tâm  $a = r\omega^2$ , do đó có lực quán tính ly tâm  $F_{qt} = ma = mr\omega^2$ .

Đặt vào hệ các lực quán tính, hệ sẽ ở trạng thái cân bằng.

Những lực tác dụng lên trục:

- Trọng lượng vật nặng:  $P = 20 \text{ N}$       - Lực quán tính:  $F_{qt} = \frac{20}{9,8} \cdot 0,2 \cdot 12^2 = 58,77 \text{ N}$

Trục được tính như một dầm đơn giản chịu tác dụng của lực P và  $F_{qt}$ . Biểu đồ ứng lực cho trên hình 12.2. Ứng suất pháp tại các tiết diện:

- Tại tiết diện có mômen uốn lớn nhất  $M = 1252 \text{ Ncm}$ ,  $N = 0$ :

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M|}{W} = \frac{|M|}{0,1D^3 \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)} = 849,33 \text{ N/cm}^2$$

- Tại tiết diện có lực dọc và mômen uốn khá lớn  $N = 20 \text{ N}$ ,  $M = 852 \text{ Ncm}$  :

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|N|}{A} + \frac{|M|}{W} = \frac{|N|}{\frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)} + \frac{|M|}{0,1D^3 \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)} = 224,56 \text{ N/cm}^2$$

Vậy ứng suất pháp lớn nhất là :  $|\sigma|_{\max} = 849,33 \text{ N/cm}^2$

### 11.3. BÀI TOÁN CÓ GIA TỐC THAY ĐỔI THEO THỜI GIAN

#### 11.3.1. Bậc tự do của hệ:

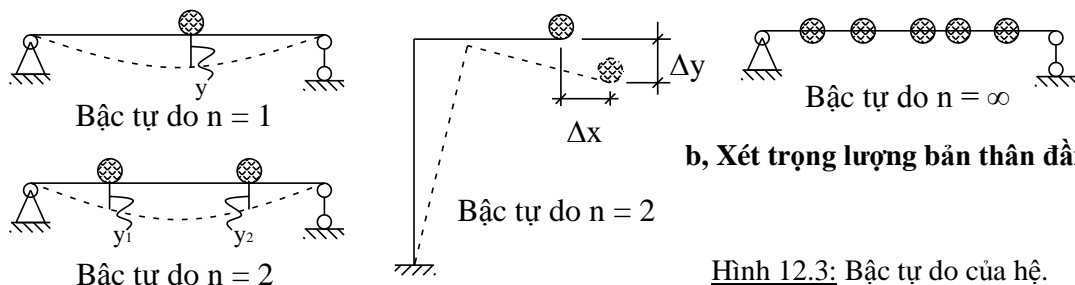
**Bậc tự do của hệ:** là số lượng các thông số độc lập cần thiết đủ để xác định vị trí của tất cả các khối lượng trên hệ.

Xét bậc tự do  $n$  của các dầm (Hình 12.3):

Nếu khối lượng bản thân của hệ không đáng kể (Hình 12.3a), có thể xem dầm như một liên kết đàn hồi không khối lượng, vị trí của hệ quyết định do vị trí và số lượng của các vật nặng tác dụng lên hệ. Lúc này bậc tự do của hệ sẽ là:  $n = m.(*)$

Trong đó:  $\rightarrow m$  : Số lượng các vật nặng tác dụng lên hệ.

$\rightarrow (*)$  : Số chuyển vị của một vật nặng so với vị trí ban đầu của nó.



**b, Xét trọng lượng bản thân dầm.**

Hình 12.3: Bậc tự do của hệ.

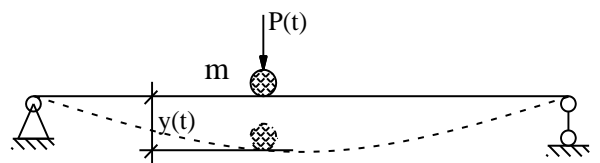
#### a, Bỏ qua trọng lượng bản thân dầm.

Nếu kể đến khối lượng bản thân của hệ (Hình 12.3b), hệ trở thành vô hạn bậc tự do, vì phải biết vô số chuyển vị của vô số điểm khối lượng suốt chiều dài của các dầm của hệ.

Trong phạm vi của chương này chỉ dừng lại ở việc khảo sát hệ có một bậc tự do.

#### 12.3.2. Phương trình vi phân tổng quát của hệ có một bậc tự do:

Xét hệ một bậc tự do chịu tác dụng một lực kích thích thay đổi theo thời gian  $P(t)$  đặt tại khối lượng  $M$  (Hình 12.4), tại thời điểm  $t$ , độ võng của khối lượng  $m$  là  $y(t)$ :



Hình 12.4: Hệ một bậc tự do chịu dao động cưỡng bức.

Giả thiết lực cản môi trường tỷ lệ bậc nhất với vận tốc chuyển động có hệ số tỷ lệ  $\beta$ .

Gọi  $\delta$  là chuyển vị tại điểm đặt khối lượng  $M$  do lực đơn vị trí đó gây ra. Chuyển vị  $y(t)$  là kết quả của các tác động:

Lực kích thích  $P(t)$  gây ra chuyển vị:  $P(t).\delta$

Lực quán tính  $\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a} = -m.\ddot{y}(t)$  gây ra chuyển vị:  $m.\ddot{y}(t).\delta$

Lực cản môi trường  $\vec{F}_c = -\beta.\dot{y}(t)$  ( $\beta$ : Hệ số tỷ lệ) gây ra chuyển vị:  $\beta.\dot{y}(t).\delta$

Vậy, chuyển vị của hệ được xác định:  $y(t) = \delta.[P(t) - m.\ddot{y}(t) - \beta.\dot{y}(t)]$  (\*)

Đặt:  $2\alpha = \frac{\beta}{m}$  ( $\alpha$  - hệ số cản nhớt) (12.3) và  $\omega^2 = \frac{1}{m\delta}$  (12.4)

Phương trình (\*) được viết lại:  $\ddot{y}(t) + 2\alpha.\dot{y}(t) + \omega^2.y(t) = \frac{F(t)}{m}$  (12.5)

(Đây là phương trình vi phân chuyển động tổng quát của hệ có một bậc tự do)

### 12.4. BÀI TOÁN DAO ĐỘNG TỰ DO

**Dao động tự do** là dao động của hệ không kèm theo lực cưỡng bức, hệ thực hiện chuyển động do một kích thích ban đầu nào đó (chuyển vị ban đầu hoặc vận tốc kích thích).

#### 12.4.1. Dao động tự do không lực cản:

Khi không có lực kích thích và bỏ qua lực cản của không khí, hệ dao động tự do với phương trình vi phân của dao động:  $\ddot{y}(t) + \omega^2.y(t) = 0$  (12.7)

Nghiệm của phương trình:  $y(t) = C_1.\cos\omega t + C_2.\sin\omega t$

Biểu diễn  $C_1, C_2$  qua hai hằng số tích phân mới là  $A$  và  $\varphi$  bằng cách đặt:

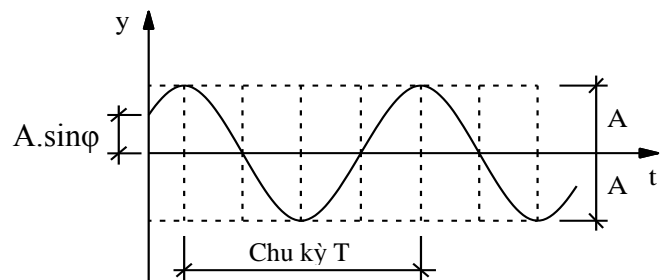
$$C_1 = A \sin\varphi; C_2 = A \cos\varphi$$

Lúc này, phương trình dao động tự do:  $y(t) = A.\sin(\omega t + \varphi)$  (12.8)

Trong đó:  $A$  và  $\varphi$  được xác định theo điều kiện đầu:  $t = 0 \rightarrow y = y(0)$  và  $y' = y'(0)$

**Phương trình (12.8)** cho thấy :

Chuyển động tự do không lực cản là một dao động điều hòa tuần hoàn có **biên độ**  $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$  và **chu kỳ** (thời gian thực hiện một dao động)  $T = 2\pi/\omega$ . Đồ thị dao động có dạng hình sin (Hình 12.5).



**Hình 12.5:** Đồ thị dao động tự do không lực cản.

**Tần số dao động**, hoặc tần số vòng, là số dao động thực hiện trong một đơn vị thời gian (s), ký hiệu  $f$  và  $f = 1/T = \omega/(2\pi)$ .

**Tần số góc** là số dao động thực hiện trong  $2\pi$  đơn vị thời gian, hoặc số góc quét trong một đơn vị thời gian, bằng  $2\pi.f$  hoặc  $2\pi.f = 2\pi \frac{\omega}{2\pi} = \omega$ .

**Tần số góc  $\omega$**  còn gọi là **tần số dao động riêng** của hệ, được xác định:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m.\delta}} = \sqrt{\frac{g}{m.g.\delta}} = \sqrt{\frac{g}{y_0}} \quad (12.9)$$

**12.4.2. Dao động tự do có lực cản:**

Phương trình vi phân của dao động tự do có lực cản một bậc tự do có dạng:

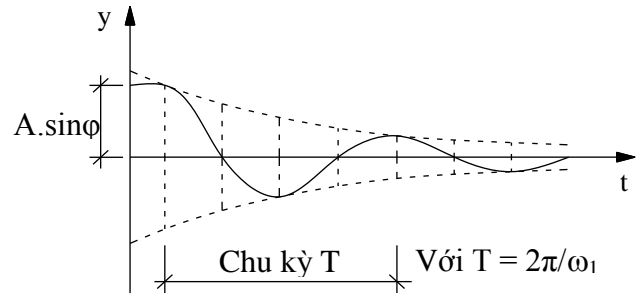
$$\ddot{y}(t) + 2\alpha.\dot{y}(t) + \omega^2.y(t) = 0 \quad (12.10)$$

Với  $\alpha < \omega$  (lực cản không quá lớn), nghiệm của (12.10) là:

$$y(t) = A.e^{-\alpha t} .\sin(\omega_1 + \varphi) \quad (12.11)$$

Dao động có tính tuần hoàn và tắt dần theo thời gian, với tần số góc  $\omega_1 < \omega$ :

$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2} \quad (12.12)$$

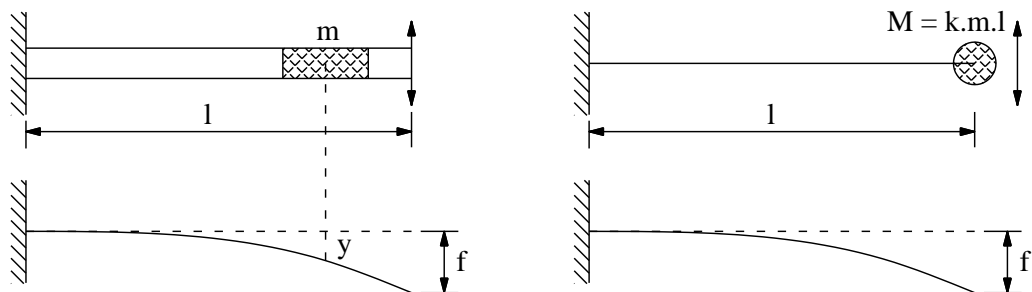


Hình 4.6: Đồ thị dao động tự do có lực cản.

**12.4.3. Dao động tự do có kể khối lượng của dầm và liên kết:**

Khi khối lượng của bản thân dầm hoặc của các liên kết đàn hồi đáng kể so với khối lượng đặt sẵn lên hệ thì phải đưa các khối lượng này vào tính toán. Hệ trở nên có nhiều hoặc vô cùng bậc tự do. Lúc này có thể sử dụng những phương pháp gần đúng để xác định tần số dao động riêng của hệ.

Theo phương pháp tương đương về năng lượng, quy đổi khối lượng phân bố thành một khối lượng tập trung quy đổi với các hệ số thu gọn khối lượng k khác nhau tùy theo vị trí điểm đặt khối lượng và tùy theo dạng liên kết của dầm.



Hình 12.7: Tìm hệ số thu gọn khối lượng.

Xét dao động ngang của dầm công xôn có khối lượng phân bố đều m. Tập trung khối lượng ml về đầu tự do với hệ số thu gọn k (Hình 12.7). Xác định trị số k như sau:

- Giả thiết độ võng y có dạng của độ võng tĩnh và thay đổi theo thời gian :

$$y = \frac{1}{2} f(t) \left( 3 \frac{z^2}{l^2} - \frac{z^3}{l^3} \right) \quad (*)$$

- Các điều kiện biên của phương trình (\*):

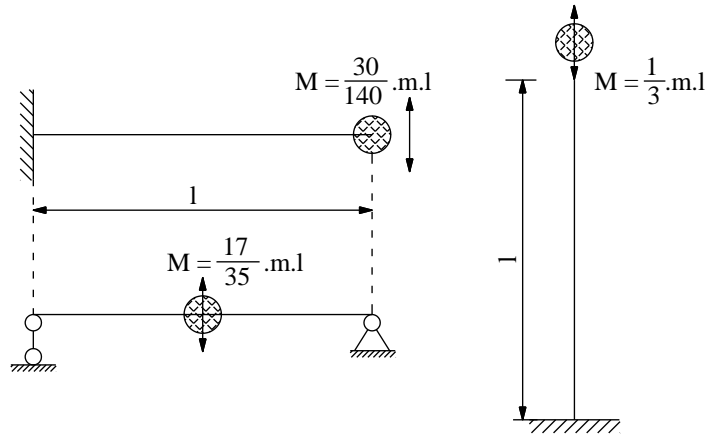
+ Tại ngàm:  $z = 1$  thì  $y = dy/dz = 0$

+ Tại đầu tự do:  $y = f(t)$  là hàm của t.

- Động năng chuyển động của dầm có khối lượng phân bố là:  $\int_1 \frac{m \cdot \dot{y}^2}{2} \cdot dz = \frac{33}{140} \cdot \frac{m \cdot l \cdot \dot{f}^2}{2}$
- Động năng chuyển động của dầm có khối lượng tập trung M là:  $\frac{M \cdot \dot{f}^2}{2} = \frac{k \cdot m \cdot l \cdot \dot{f}^2}{2}$

Cân bằng động năng của hai trường hợp này, sẽ tìm được hệ số thu gọn khối lượng k trong trường hợp đang xét :  **$k = 33/140 \approx 0,236$** .

Tiến hành các phép tính tương tự, sẽ được hệ số k cho những trường hợp khác. Các hệ số quy đổi cũng được gọi là các hệ số thu gọn khối lượng (Hình 12.8).



**Hình 12.8:** Hệ số thu gọn khối lượng.

## 12.5. BÀI TOÁN DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC VÀ HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG

### 12.5.1. Biểu thức của chuyển vị:

Xét trường hợp đặc trưng cho dao động cưỡng bức, khi lực cưỡng bức là hàm tuần hoàn theo thời gian với biên độ  $F_0$ , tần số góc không đổi  $\Omega$  viết dưới dạng:

$$F(t) = F_0 \cdot \sin \Omega t$$

Lực cưỡng bức bất kỳ có thể khai triển theo chuỗi Fourier của những hàm lượng giác, vì vậy trường hợp được nghiên cứu không làm giảm tính tổng quát của kết quả.

Phương trình vi phân dao động có dạng phương trình cấp hai không thuần nhất:

$$\ddot{y}(t) + 2\alpha \cdot \dot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) = \frac{F_0}{m} \cdot \sin \Omega t \tag{12.13}$$

Giải phương trình vi phân (12.13) có nghiệm:

- Nghiệm riêng  $\bar{y}$  có dạng:  $\bar{y} = C \cdot \sin \Omega t + D \cdot \cos \Omega t$

Thay  $\bar{y}$  vào phương trình (12.13) sẽ có:  $\bar{y} = A_1 \cdot \sin(\Omega t + \psi)$  (12.14)

Trong đó:  $A_1 = \frac{\delta \cdot F_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot \Omega^2}{\omega^4}}}$  và  $\psi = \arccos\left(\frac{\omega^2 - \Omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\alpha^2 \cdot \Omega^2}}\right)$

- Nghiệm tổng quát của dao động cưỡng bức có dạng:

$$y(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi) + A_1 \cdot \sin(\Omega t + \psi) \tag{12.15}$$



Số hạng thứ nhất tắt dần theo thời gian, sau một thời gian đủ lớn hệ chỉ còn lại số hạng thứ hai với tần số lực cưỡng bức  $\Omega$  và biên độ  $A_1$ :

$$y(t) = A_1 \cdot \sin(\Omega t + \psi) = \frac{\sin(\Omega t + \psi)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot \Omega^2}{\omega^4}}} \cdot \delta \cdot F_0 \quad (12.16)$$

Có thể thấy lượng  $\delta \cdot F_0$  tương đương với giá trị chuyển vị  $y_t$  gây ra bởi một lực tĩnh, có trị số bằng biên độ của lực cưỡng bức và có phương theo phương dao động. Lúc này công thức (12.16) được biến đổi thành:

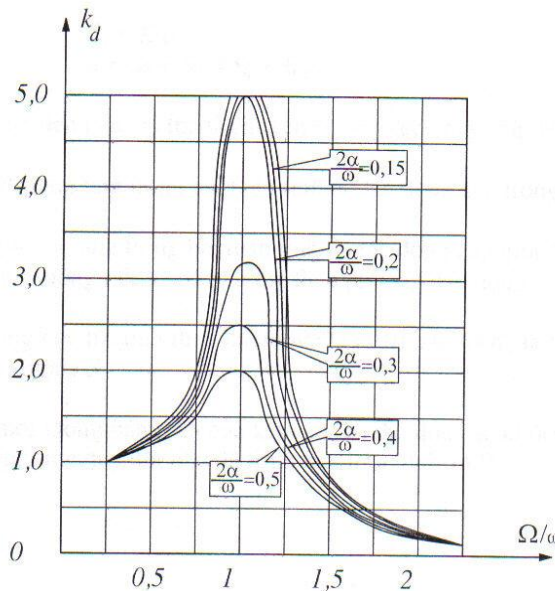
$$y(t) = \frac{\sin(\Omega t + \psi)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot \Omega^2}{\omega^4}}} \cdot y_t = k_d(t) \cdot y_t \quad (12.17)$$

Trong đó:  $k_d(t)$  : **Hệ số động**, là hàm theo thời gian, hàm này đạt cực trị  $K_d$  khi  $\sin(\Omega t + \psi) = 1$ . Chuyển vị cực trị tương ứng, ký hiệu  $y_d$ , bằng:  $y_d = K_d \cdot y_t$  (12.18)

Và

$$K_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot \Omega^2}{\omega^4}}} \quad (12.19)$$

**Hệ số động cực trị  $K_d$**  càng lớn thì hiệu ứng động càng lớn. Hệ số này phụ thuộc tỷ số  $\Omega/\omega$  (Hình 12.9):



**Hình 12.9:** Đồ thị quan hệ giữa  $K_d$  và  $\Omega/\omega$ .

### 12.5.2. Hiện tượng cộng hưởng:



Đồ thị  $K_d - (\Omega/\omega)$  cho thấy : Khi  $\Omega/\omega \approx 1$  thì chuyển vị động  $y_d$  rất lớn, có thể bằng vô cùng nếu không có lực cản. Đó là hiện tượng cộng hưởng.

Trên thực tế, tồn tại cả một miền gọi là miền cộng hưởng, nằm trong khoảng  $0,75 \leq \Omega/\omega \leq 1,25$  ; hệ số động trong miền này đạt trị số khá lớn.

Trong những trường hợp cần tránh hiện tượng cộng hưởng, ta cần cấu tạo hệ sao cho tần số dao động riêng của hệ không gần với tần số của lực cưỡng bức, chẳng hạn thay đổi khối lượng của hệ hoặc thay đổi độ cứng của kết cấu bằng cách đặt thêm các thiết bị giảm chấn như lò xo, các tấm đệm đàn hồi...

### 12.5.3. Kết luận chung về tính toán kết cấu chịu dao động cưỡng bức:

Theo biểu thức (12.18), chuyển vị động tỷ lệ với chuyển vị tĩnh. Mặt khác, vật liệu tuân theo định luật Hooke và các hệ số đàn hồi không đổi khi tĩnh cũng như khi động nên có thể viết một cách tổng quát biểu thức tương tự (12.19) cho đại lượng nghiên cứu bất kỳ S:

$$S_d = K_d \cdot S_t \quad (12.20)$$

Và 
$$S = S_0 + S_d = S_0 + K_d \cdot S_t \quad (12.21)$$

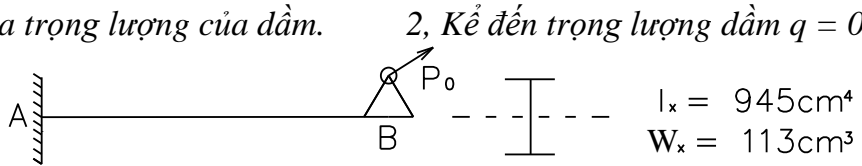
- Trong đó:
- S: Đại lượng nghiên cứu (Chuyển vị, nội lực, ứng suất hay biến dạng của hệ).
  - $S_0$ : Đại lượng tương ứng trong bài toán tĩnh do tác động của trọng lượng M đặt sẵn trên hệ.
  - $S_t$ : Đại lượng tương ứng trong bài toán tĩnh do tác động của một lực tĩnh, có trị số bằng biên độ của lực cưỡng bức và phương theo phương dao động.
  - $K_d$ : Hệ số động cực trị, tính theo biểu thức (12.19), là hằng số trên toàn dầm và với mọi đại lượng S.

Khi kể đến khối lượng bản thân của kết cấu, có thể đưa các khối lượng phân bố về các khối lượng tập trung quy đổi (Hình 12.9).

### 12.5.4. Ví dụ:

Một dầm công xon dài 3m, tiết diện I-16, có môđun biến dạng  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$  mang một mô tơ trọng lượng  $P = 2,5 \text{ kN}$  có vận tốc dao động 600 vòng/phút. Khi hoạt động mô tơ sinh ra lực ly tâm  $P_0 = 0,5 \text{ kN}$ . Xác định ứng suất lớn nhất  $\sigma_{max}$  và độ võng tại đầu tự do B của dầm khi:

1, Bỏ qua trọng lượng của dầm.      2, Kể đến trọng lượng dầm  $q = 0,169 \text{ kN/m}$



#### ♦ Lời giải:

#### 1, Khi bỏ qua trọng lượng của dầm:

- Tìm hệ số động  $K_d$  của hệ:

+ Tần số dao động của lực cưỡng bức  $\Omega$ : 
$$\Omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 600}{60} = 62,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

+ Chuyển vị của hệ khi mô tơ chưa hoạt động: 
$$y_0 = \frac{Pl^3}{3EI_x} = \frac{2,5 \cdot (300)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 945} = 1,19 \text{cm}$$

+ Tần số dao động riêng của hệ  $\omega$ : 
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_0}} = \sqrt{\frac{1000}{1,19}} = 29$$

+ Hệ số động  $K_d$ : 
$$K_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot \Omega^2}{\omega^4}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{62,8^2}{29^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot 2^2 \cdot 62,8^2}{29^4}}} = 0,27$$

- Xác định ứng suất lớn nhất  $\sigma_{\max}$  của hệ: Từ biểu đồ mômen do trọng lượng P (Hình 12.10a) cho thấy tại ngàm A có mômen lớn nhất nên tại ngàm A chính là vị trí có ứng suất lớn nhất  $\sigma_{\max}$  của hệ.

+ Ứng suất tại ngàm A của hệ xét ở trạng thái tĩnh:

$$\sigma_A^P = \frac{M_A^P}{W_x} = \frac{Pl}{W_x} = \frac{2,5 \cdot 300}{118} = 6,35 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

+ Ứng suất tại ngàm A của hệ do tải trọng động gây ra khi xét ở trạng thái tĩnh:

$$\sigma_A^{P_0} = \frac{M_A^{P_0}}{W_x} = \frac{P_0 l}{W_x} = \frac{0,5 \cdot 300}{118} = 1,27 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

+ Ứng suất tại A: 
$$\sigma_A = \sigma_A^P + K_d \sigma_A^{P_0} = 6,35 + 0,27 \cdot 1,27 = 6,69 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Xác định chuyển vị  $y_B$  của hệ:

+ Chuyển vị tại B khi xét hệ ở trạng thái tĩnh:  $y_B^P = y_0 = 1,19 \text{cm}$

+ Chuyển vị tại B do tải trọng động gây ra khi xét ở trạng thái tĩnh:

Vì  $P_0 = 0,5 \text{kN} = \frac{1}{5} P$  nên  $y_B^{P_0} = \frac{1}{5} y_B^P = \frac{1,19}{5} = 0,238 \text{cm}$

+ Chuyển vị  $y_B$  của hệ:  $y_B = y_B^P + K_d y_B^{P_0} = 1,19 + 0,27 \cdot 0,238 = 1,25 \text{cm}$

## 2, Khi xét trọng lượng của dầm:

- Đưa hệ về một bậc tự do dùng phương pháp thu gọn khối lượng: Coi dầm không trọng lượng và ở đầu tự do có đặt tải trọng P' có độ lớn:

$$P' = \frac{33}{149} ql = \frac{33 \cdot 0,169 \cdot 3}{149} = 0,119 \text{kN}$$

- Tìm hệ số động  $K_d$  của hệ:

+ Chuyển vị của hệ khi mô tơ chưa hoạt động:

$$y_0 = \frac{(P+P')l^3}{3EI_x} = \frac{(2,5+0,119) \cdot (300)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 945} = 1,247 \text{ cm}$$

+ Tần số dao động riêng của hệ  $\omega$ : 
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_0}} = \sqrt{\frac{1000}{1,247}} = 28,31$$

+ Hệ số động  $K_d$ : 
$$K_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\alpha^2 \cdot \Omega^2}{\omega^4}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{62,8^2}{28,31^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot 2^2 \cdot 62,8^2}{28,31^4}}} = 0,25$$

- Xác định ứng suất lớn nhất ( $\sigma_A$ ) của hệ tại ngàm A (Hình 12.10b):

+ Ứng suất tại ngàm A của hệ xét ở trạng thái tĩnh:

$$\sigma_A^P = \frac{M_A^P + M_A^q}{W_x} = \frac{Pl + \frac{ql^2}{2}}{W_x} = \frac{(2,5) \cdot 300 + \frac{0,169 \cdot (300)^2}{2}}{118} = 7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

+ Ứng suất tại A: 
$$\sigma_A = \sigma_A^P + K_d \sigma_A^{P_0} = 7 + 0,25 \cdot 1,27 = 7,31 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Xác định chuyển vị  $y_B$  của hệ:

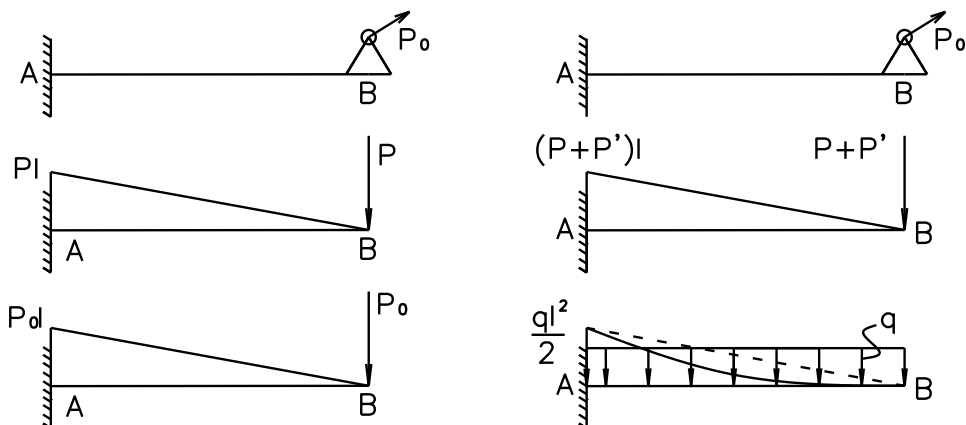
+ Chuyển vị tại B khi xét hệ ở trạng thái tĩnh:

$$y_B^{P+ql} = y_B^P + y_B^{ql} = \frac{Pl^3}{3EI_x} + \frac{ql^4}{8EI_x} = 1,19 + 0,307 = 1,497 \text{ cm}$$

+ Chuyển vị tại B do tải trọng động gây ra khi xét ở trạng thái tĩnh:

Vì  $P_0 = 0,5 \text{ kN} = \frac{1}{5} P$  nên  $y_B^{P_0} = \frac{1}{5} y_B^P = \frac{1,19}{5} = 0,238 \text{ cm}$

+ Chuyển vị  $y_B$  của hệ: 
$$y_B = y_B^{P+ql} + K_d y_B^{P_0} = 1,497 + 0,25 \cdot 0,238 = 1,556 \text{ cm}$$



a, Bỏ qua trọng lượng của dầm. b, Kể đến trọng lượng bản thân dầm  $q = 0,169 \text{ kN/m}$ .

Hình 12.10: Dầm công xon I – 16 mang mô tơ.

## 12.6. BÀI TOÁN VA CHẠM

### 12.6.1. Va chạm theo phương thẳng đứng:

Xét một dầm, bỏ qua trọng lượng bản thân, mang vật nặng P và chịu va chạm bởi vật nặng Q, rơi theo phương thẳng đứng vào dầm tại vị trí đặt vật nặng Q với vận tốc lúc va chạm  $v_0$  (Hình 12.11a):

Ban đầu, khi chưa xảy ra va chạm, do trọng lượng P tại vị trí đặt vật có chuyển vị  $y_0$ . Sau va chạm, giả thiết cả hai vật P, Q cùng chuyển động xuống dưới, đạt chuyển vị lớn nhất  $y_d$  rồi sau đó thực hiện dao động tự do tắt dần quanh vị trí cân bằng ban đầu.

Gọi trạng thái 1 là trạng thái khi vật Q chạm vật P và cả hai cùng di chuyển xuống dưới với vận tốc  $v_1$ . Trạng thái 2 là trạng thái khi vật Q và P đạt tới chuyển vị lớn nhất  $y_d$  xuống dưới.

Áp dụng nguyên lý bảo toàn năng lượng (12.2) cho quá trình hệ chuyển từ trạng thái 1 sang trạng thái 2.

Có:  $\Delta K + \Delta U = T$  với:

**12.6.1.1. Biến thiên động năng:**

- Biến thiên động năng:  $\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} - \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} = -\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2}$  và  $v_2 = 0$ .

(P và Q ngừng chuyển động xuống phía dưới để chuyển động lên phía trên).

- Theo định lý bảo toàn động lượng thì động lượng trước khi va chạm sẽ bằng động lượng sau va chạm. Nghĩa là:

$$\frac{Q}{g} \cdot v_0 = \frac{Q+P}{g} \cdot v_1 \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{Q}{Q+P} \cdot v_0$$

- Vậy, biến thiên động năng sẽ là:  $\Delta K = -\frac{Q+P}{2g} \cdot \left(\frac{Q}{Q+P} \cdot v_0\right)^2 = -\frac{Q^2}{2g \cdot (Q+P)} \cdot v_0^2$

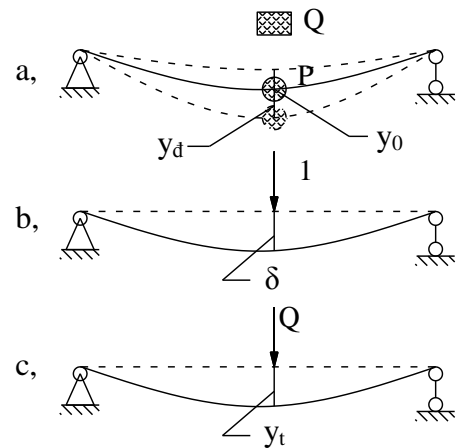
**12.6.1.2. Thế năng BDDH của hệ:**

Thế năng BDDH của hệ được tính trên cơ sở đồ thị quan hệ tuyến tính giữa lực chuyển vị (Hình 12.12), biểu đồ này đúng khi thanh chịu tải trọng tĩnh cũng như khi thanh chịu tải trọng động theo giả thiết đã nêu:

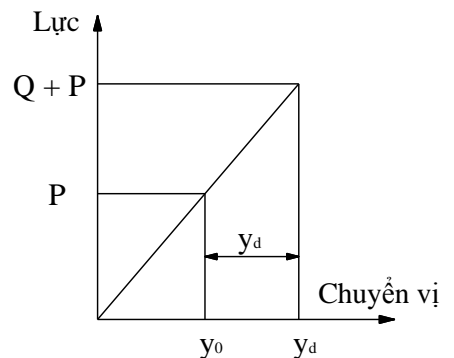
**Ở trạng thái 1:**

- Do lực tĩnh P thanh có chuyển vị  $y_0$ , TNBDDH tương

ứng: 
$$U_1 = \frac{P y_0}{2}$$



Hình 12.11: Va chạm trên hệ một bậc tự do.



Hình 12.12: Đồ thị tính TNBD.

- Sử dụng ký hiệu chuyển vị đơn vị  $\delta$ , là chuyển vị do một lực có trị số bằng 1 đặt theo phương va chạm gây ra (Hình 12.11b), nên có:

$$y_0 = \delta \cdot P \quad \rightarrow \quad U_1 = \frac{P y_0}{2} = \frac{y_0^2}{2\delta}$$

**Ở trạng thái 2:** Thanh có chuyển vị  $(y_0 + y_d)$ . Do giả thiết tính chất vật liệu khi chịu tải trọng tĩnh giống khi chịu tải trọng động, nên có thể viết biểu thức tương tự của TNBDDH:

$$U_2 = \frac{(y_0 + y_d)^2}{2\delta}$$

Vậy, Thế năng BDDH của hệ: 
$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{(y_0 + y_d)^2}{2\delta} - \frac{y_0^2}{2\delta} = \frac{y_d^2 + 2y_0 y_d}{2\delta}$$

**12.6.1.3. Công của ngoại lực:**

Công của ngoại lực trong di chuyển từ trạng thái 1 tới trạng thái 2 là công của các trọng lượng  $(Q + P)$  không đổi trong đoạn chuyển dời  $y_d$ :  $T = (Q + P) \cdot y_d$

Theo nguyên lý bảo toàn năng lượng có: 
$$-\frac{Q^2}{2g \cdot (Q + P)} \cdot v_0^2 + \frac{y_d^2 + 2y_0 \cdot y_d}{2\delta} = (Q + P) \cdot y_d$$

Suy ra 
$$y_d^2 + 2y_0 \cdot y_d - 2\delta \cdot (Q + P) \cdot y_d = \frac{\delta \cdot Q}{g \cdot \left(1 + \frac{P}{Q}\right)} \cdot v_0^2 \quad (12.22)$$

Trong đó:  $\rightarrow$  Lượng  $\delta \cdot P = y_0$  là chuyển vị theo phương va chạm của tiết diện bị va chạm do một lực bằng trọng lượng  $P$  đặt tĩnh theo phương va chạm gây ra.

$\rightarrow$  Lượng  $\delta \cdot Q = y_t$  là chuyển vị theo phương va chạm của tiết diện bị va chạm do một lực bằng trọng lượng  $Q$  đặt tĩnh theo phương va chạm gây ra.

Phương trình (12.22) được viết lại: 
$$y_d^2 - 2y_t \cdot y_d - \frac{v_0^2}{g \cdot \left(1 + \frac{P}{Q}\right)} \cdot y_t = 0 \quad (12.23)$$

Nghiệm của phương trình là: 
$$y_d = \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{g \cdot y_t \cdot \left(1 + \frac{P}{Q}\right)}} \right] \cdot y_t = k_d \cdot y_t \quad (12.24)$$

Trong đó, hệ số động theo phương thẳng đứng là: 
$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{g \cdot y_t \cdot \left(1 + \frac{P}{Q}\right)}} \quad (12.25)$$

**Trường hợp đặt biệt:**

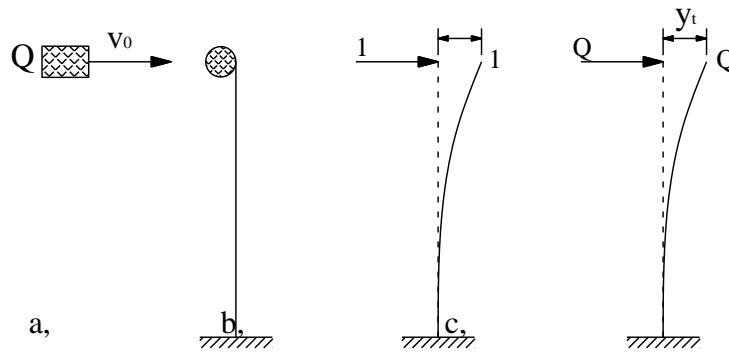
Khi vật nặng  $Q$  rơi tự do từ độ cao  $H$  xuống dầm,  $v_0 = \sqrt{2gh}$

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{y_t \cdot \left(1 + \frac{P}{Q}\right)}} \quad (12.26)$$

Khi  $H = 0$ ,  $k_d = 2$ , nghĩa là khi đặt đột ngột toàn bộ trị số tải trọng lên hệ thì nội lực, biến dạng, chuyển vị sẽ lớn gấp đôi trường hợp đặt tĩnh tải.

### 12.6.2. Va chạm theo phương thẳng ngang:

Xét hệ một bậc tự do chịu va chạm bởi vật nặng  $Q$  chuyển động theo phương nằm ngang với vận tốc  $v_0$  vào trọng lượng đặt sẵn  $P$  (Hình 12.13):



Hình 12.13: Va chạm theo phương ngang.

Ở trạng thái ban đầu, khi chưa va chạm, tiết diện đặt vật nặng  $P$  không có chuyển vị theo phương ngang. Sau va chạm, ta giả thiết cả hai vật  $P, Q$  cùng chuyển động sang phải đạt chuyển vị lớn nhất  $y_d$  rồi sau đó thực hiện dao động tự do tắt dần quanh vị trí cân bằng ban đầu.

Tiến hành những bước tương tự như đối với trường hợp chuyển vị thẳng đứng, ta sẽ tìm được chuyển vị  $y_d$ . Trong trường hợp đang xét:

$$v_1 = \frac{Q}{Q+P} \cdot v_0 \quad \text{và} \quad \Delta K = -\frac{Q^2}{2g(Q+P)} \cdot v_0^2$$

$U_1 = 0$  (dầm chưa có chuyển vị ngang theo phương va chạm)

$$U_2 = \frac{y_d^2}{2\delta} \quad (\text{ở trạng thái 2 dầm chỉ có chuyển vị ngang } y_d)$$

Công ngoại lực  $T = 0$  (chuyển vị theo phương vuông góc với trọng lượng  $Q$  và  $P$ ).  
 Áp dụng nguyên lý bảo toàn năng lượng:  $\Delta K + \Delta U = T$ , sẽ có:

$$\frac{y_d^2}{2\delta} - \frac{Q^2}{2g(Q+P)} \cdot v_0^2 = 0$$

Đặt:  $y_t = \delta \cdot Q$ : Chuyển vị theo phương ngang do một lực bằng trọng lượng của vật gây va chạm  $Q$  đặt tĩnh theo phương va chạm.

Với  $\delta$ : Chuyển vị do lực có trị số bằng  $1$  đặt theo phương va chạm.

Nghiệm dương của phương trình: 
$$y_d = \frac{v_0}{\sqrt{g \cdot y_t \left(1 + \frac{P}{Q}\right)}} \cdot y_t = k_d \cdot y_t \quad (12.27)$$

Hệ số động của bài toán va chạm ngang là: 
$$k_d = \frac{v_0}{\sqrt{g \cdot y_t \left(1 + \frac{P}{Q}\right)}} \quad (12.28)$$

### 12.6.3. Kết luận chung về bài toán va chạm:

#### 12.6.3.1. Công thức tính các đại lượng:

Trên cơ sở biểu thức tính chuyển vị toàn phần  $y = (y_0 + y_d = y_0 + k_d \cdot y_t)$  và định luật Hooke, ta có thể viết biểu thức tính đại lượng  $S$  bất kỳ trong bài toán va chạm:

$$S = S_0 + S_d = S_0 + k_d \cdot S_t$$

- Trong đó:
- $S_0$ : Đại lượng cần tính do vật nặng đặt sẵn trên hệ gây ra.
  - $S_t$ : Đại lượng cần tính do một lực bằng trọng lượng vật gây va chạm  $Q$  đặt theo phương va chạm gây ra (lực nằm ngang khi va chạm ngang, lực thẳng đứng khi va chạm thẳng đứng).
  - $k_d$ : Hệ số động của bài toán va chạm.

Trong cả hai trường hợp  $y_t$  là chuyển vị theo phương va chạm do một lực bằng trọng lượng của vật gây va chạm  $Q$  đặt tĩnh theo phương va chạm gây ra.

#### 12.6.3.2. Trường hợp kể tới khối lượng kết cấu:

Khi này có thể thu gọn khối lượng về tiết diện chịu va chạm bằng cách sử dụng các hệ số thu gọn khối lượng.

#### 12.6.3.3. Giảm ảnh hưởng của va chạm:

Tăng thêm khối lượng đặt sẵn  $P$ . Biện pháp này làm tăng trị số của  $S_0$ .

Làm mềm kết cấu để tăng thêm trị số chuyển vị  $y_t$ . Biện pháp này có thể đạt được khi đặt thêm các tấm đệm, lò xo ở tiết diện va chạm hoặc ở các gối tựa.

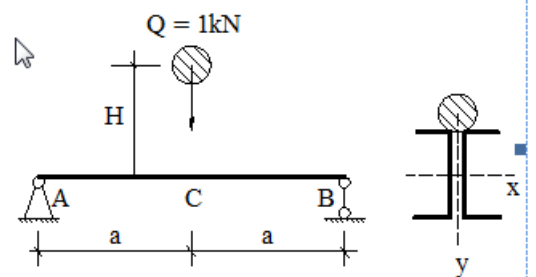
### 12.6.4. Các ví dụ:

#### 12.6.4.1. Ví dụ 1:

Một dầm có tiết diện 2I số hiệu 14 ( $I_x = 489\text{cm}^4$  và  $W_x = 69.8\text{cm}^3$ ) chịu va chạm tại điểm C bởi một trọng lượng  $Q = 1\text{kN}$  và rơi tự do từ độ cao  $H = 0,5\text{m}$ . Xác định độ võng lớn nhất của dầm và kiểm tra dầm có bền hay không khi:

- 1, Bỏ qua trọng lượng bản thân dầm.
- 2, Xét trọng lượng bản thân dầm  $q = 0,625 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$ .

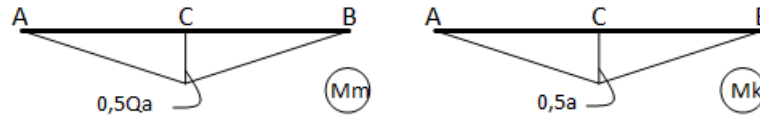
Biết: Dầm có:  $E = 2 \cdot 10^7 \text{N/cm}^2$ ;  $[\sigma] = 16 \text{kN/cm}^2$  và chiều dài  $a = 0,5\text{m}$ .





♦ **Lời giải:**

**1, Khi bỏ qua trọng lượng của dầm:**



Hình 12.13a: Biểu đồ mômen của hệ chịu tải trọng Q xét trạng thái k và m.

- Tìm hệ số động  $K_d$  của hệ:

+ Tìm chuyển vị  $y_t$ :

Xét trạng thái m và k khi hệ chịu tải trọng Q ở trạng thái tĩnh (Hình 12.13a):

+ Tìm chuyển vị  $y_t$ :

→ Xét trạng thái m và k khi hệ chịu tải trọng Q ở trạng thái tĩnh (Hình 12.13a).

→ Tìm chuyển vị  $y_t$ : 
$$y_t = \frac{2\Omega y}{EI_x^*} = \frac{Qa^3}{12EI_x} = \frac{1 \cdot (50)^3}{12 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 489} = 0,001 \text{cm}$$

+ Hệ số động  $k_d$ : 
$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{y_t}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 50}{0,001}} = 317,23$$

- Xác định độ võng lớn nhất của dầm: Dầm sẽ có độ võng lớn nhất tại C.

$$y_C = k_d \cdot y_t = 317,23 \cdot 0,001 = 0,317 \text{cm}$$

- Kiểm tra bền: Tại C có mômen lớn nhất nên vị trí C sẽ có ứng suất lớn nhất.

+ Ứng suất tại C do lực động sinh ra khi xét ở trạng thái tĩnh:

$$\sigma_C^t = \frac{M_c}{W_x^*} = \frac{Qa}{4W_x} = \frac{1 \cdot 50}{4 \cdot 69,8} = 0,179 \text{kN/cm}^2$$

+ Ứng suất tại C:  $\sigma_C = k_d \cdot \sigma_t = 317,23 \cdot 0,179 = 56,784 \text{kN/cm}^2$

+ Kiểm tra điều kiện bền:  $\sigma_{\max} = 56,784 \text{kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{kN/cm}^2$ : dầm không bền.

**2, Khi kể đến trọng lượng của dầm:**

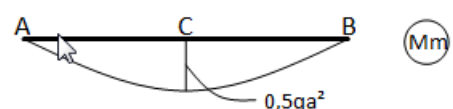
- Tìm hệ số động  $K_d$  của hệ:

+ Quy đổi trọng lượng dầm về điểm C có trọng lượng P:

$$P = \mu 2qa = \frac{17}{35} \cdot 2 \cdot 0,625 \cdot 50 = 30,375 \text{kN}$$

+ Hệ số động  $k_d$ : 
$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{y_t \left(1 + \frac{P}{Q}\right)}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 50}{0,001 \left(1 + \frac{30,375}{1}\right)}} = 57,465$$

- Xác định độ võng tại C:



Hình 12.13b:

Trạng thái m khi hệ chịu tải trọng q.

+ Xét trạng thái m khi hệ chịu tải trọng  $q$  (Hình 12.13b).

+ Tìm chuyển vị  $y_0$ :

$$y_0 = \frac{2\Omega y}{EI_x^*} = \frac{5qa^4}{48EI_x} = \frac{5.0,625.(50)^4}{48.2.10^4.489} = 0,042\text{cm}$$

+ Tìm chuyển vị tại C ( $y_c$ ):  $y_c = y_0 + k_d.y_t = 0,001 + 57,465.0,042 = 2,415\text{cm}$

- Kiểm tra bền tại vị trí C:

+ Tìm ứng suất  $\sigma_t$ : 
$$\sigma_t^C = \frac{M_c}{W_x^*} = \frac{Qa}{4W_x} = \frac{1.50}{4.69,8} = 0,179\text{kN/cm}^2$$

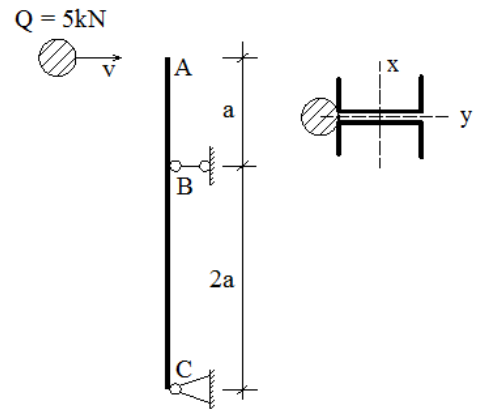
+ Ứng suất  $\sigma_C$ : 
$$\sigma_C = \sigma_0 + k_d.\sigma_t^C = 5,596 + 57,465.0,179 = 15,882\text{kN/cm}^2$$

+ Kiểm tra bền: 
$$\sigma_C = 15,882\text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16\text{ kN/cm}^2 \text{ nên đảm bền.}$$

### 12.6.4.1. Ví dụ 2:

Một vật nặng  $Q = 5\text{kN}$  bay với vận tốc đều  $v = 0,65\text{m/s}$  chạm vào đầu tự do A của một dầm có mặt cắt gồm hai chữ I số 22. Biết dầm AC có  $[\sigma]_n = 16\text{kN/cm}^2$  và  $E = 2.10^7\text{N/cm}^2$ ; 2[ số hiệu 14 ( $I_x = 489\text{cm}^4$  và  $W_x = 69.8\text{cm}^3$ ); Chiều dài  $a = 1\text{m}$ .

\* **Yêu cầu:** Xác định chuyển vị và góc xoay tại đầu tự do A và kiểm tra dầm AC có bền hay không khi không xét đến trọng lượng bản thân dầm AC.



#### ◆ Lời giải:

- Xác định chuyển vị  $y_t$ :

+ Xét trạng thái m và k1 khi hệ chịu tải trọng  $Q$  ở trạng thái tĩnh (Hình 12.14).

+ Chuyển vị  $y_t$ :

$$y_t = \frac{1}{2EI_x} \left( \frac{1}{2}.Qa.2a.\frac{2a}{3} + \frac{1}{2}.Qa.a.\frac{2a}{3} \right)$$

$$= \frac{Qa^3}{2EI_x} = \frac{5.100^3}{2.2.10^4.489} = 0,256\text{cm}$$

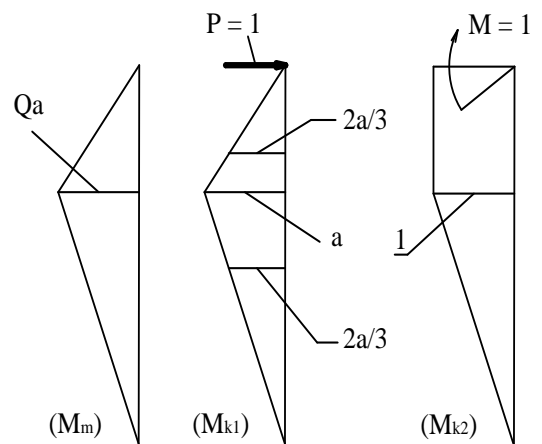
- Tìm hệ số động  $k_d$ :  $k_d = \frac{v}{\sqrt{g.y_t}} = \frac{65}{\sqrt{980.0,256}} = 4,104$

- Chuyển vị tại A  $y_A$ :

$$y_A = k_d.y_{At} = 4,104.0,256 = 1,051\text{cm}$$

- Xác định góc xoay  $\theta_A$ :

+ Xét trạng thái m và k2 khi hệ chịu tải trọng  $Q$  ở trạng thái tĩnh (Hình 12.14).



Hình 12.14:

Trạng thái m và trạng thái k của hệ.

$$+ \text{ Góc xoay } \theta_t: \theta_t = \frac{1}{2EI_x} \left( \frac{1}{2} \cdot Qa \cdot 2a \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot Qa \cdot a \cdot 1 \right) = \frac{7Qa^2}{12EI_x} = \frac{7.5 \cdot 100^3}{12.2 \cdot 10^4 \cdot 489} = 0,298 \text{ rad}$$

$$+ \text{ Góc xoay } \theta_A: \theta_A = k_d \cdot \theta_t = 4,104 \cdot 0,298 = 1,223 \text{ rad}$$

- Kiểm tra dầm có bền không:

+ Nhận xét: Tại B dầm có mômen lớn nhất nên vị trí B sẽ có ứng suất lớn nhất.

+ Ứng suất tại B ( $\sigma_B^t$ ) do lực động sinh ra xét ở trạng thái tĩnh:

$$\sigma_B^t = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{Qa}{2W_x} = \frac{5 \cdot 100}{2 \cdot 269,8} = 3,582 \text{ kN/cm}^2$$

$$+ \text{ Ứng suất tại B: } \sigma_B = k_d \cdot \sigma_B^t = 4,104 \cdot 3,582 = 14,7 \text{ kN/cm}^2$$

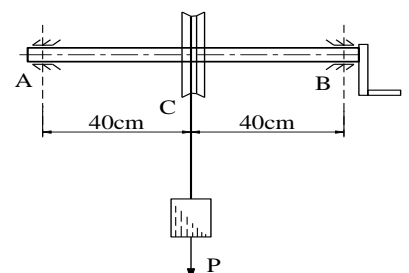
+ Kiểm tra bền:  $\sigma_B = 14,7 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$  nên **dầm AC bền.**

## CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 12

- 1, Thế nào là tải trọng tĩnh, tải trọng động? Phân biệt sự khác nhau giữa bài toán tĩnh và bài toán động? Những giả thiết khi tính toán bài toán động.
- 2, Bậc tự do là gì? Cách xác định bậc tự do của một hệ lực? Giải thích phương trình vi phân tổng quát của hệ một bậc tự do.
- 3, Thế nào là dao động tự do? Phương trình và biểu đồ dao động của dao động tự do không lực cản và dao động tự do có lực cản? Các bước thực hiện bài toán dao động tự do có kể đến khối lượng dầm và liên kết.
- 4, Phương trình tổng quát của dao động cưỡng bức và cách tính kết cấu khi chịu dao động cưỡng bức. Khi nào xảy ra hiện tượng cộng hưởng?
- 5, Cách tính toán đối với bài toán va chạm? Cho ví dụ cụ thể đối với trường hợp cột ngầm vào đất chịu va chạm ngang.

## BÀI TẬP THỰC HÀNH CHƯƠNG 12

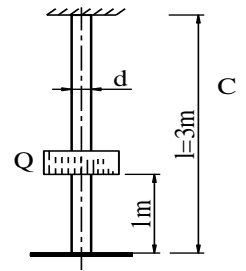
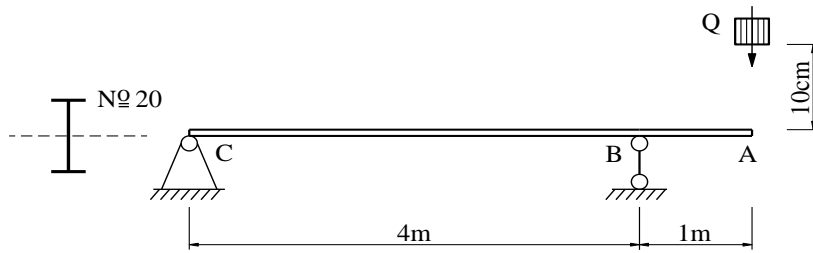
**Bài 12.1:** Cho vật nặng  $P = 3 \text{ kN}$  được nâng lên với gia tốc không đổi  $0,5 \text{ m/s}^2$  nhờ dây đường kính  $1 \text{ cm}$  quấn quanh puli C đường kính  $40 \text{ cm}$  (Hình 12.15). Trục AB có đường kính  $5 \text{ cm}$ . Hãy tính ứng suất trong dây và ứng suất nguy hiểm trong trục AB (theo thuyết bền 3). Trọng lượng của dây, puli và trục được bỏ qua.



Hình 12.15: Bài 12.1.

**Bài 12.2:** Tính ứng suất và độ võng tại mặt cắt giữa dầm BC do tải trọng va chạm (Hình 12.16). Cho  $Q=10 \text{ kN}$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $H = 10 \text{ cm}$ .

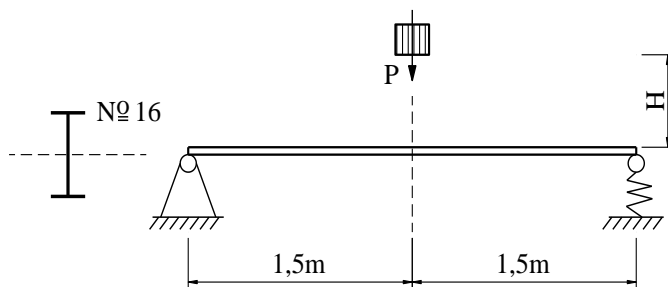
**Bài 12.3:** Vật nặng  $Q = 300 \text{ N}$  rơi tự do từ độ cao  $1 \text{ m}$  xuống một đĩa cứng gắn ở đầu thanh thép tròn đường kính  $d = 2 \text{ cm}$ , chiều dài  $l = 3 \text{ m}$  (Hình 12.17). Tính độ dãn dài và ứng suất lớn nhất trong thanh khi không kể đến trọng lượng thanh. Cho  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MN/m}^2$ .



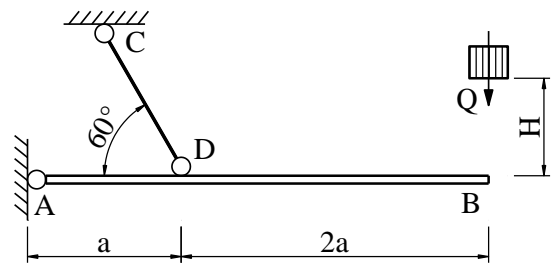
**Bài 12.4:** Dầm c] Hình 12.16: Bài 12.2.

Hình 12.17: ra

nhịp bởi vật nặng  $P = 2 \text{ kN}$  rơi tự do từ độ cao  $H$  (Hình 12.18). Lò xo bằng thép có 10 vòng, đường kính trung bình 10cm, đường kính dây lò xo là 2cm, môđun đàn hồi trượt  $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ . Dầm có  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ , ứng suất cho phép  $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ . Tính độ cao  $H$  theo điều kiện bền của dầm.



Hình 12.18: Bài 12.4.



Hình 12.19: Bài 12.5.

**Bài 12.5:** Dầm tuyệt đối cứng AB được treo bởi thanh CD (Hình 12.19). Thanh CD dài 1m, diện tích mặt cắt ngang là  $2 \text{ cm}^2$ ,  $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ . Từ điều kiện bền của thanh CD, xác định độ cao  $H$  khi vật nặng  $Q = 100 \text{ N}$  rơi xuống đầu B.