Chương 13: TÍNH ĐỘ BỀN KẾT CẤU THEO TẢI TRỌNG GIỚI HẠN

Mục tiêu chương:

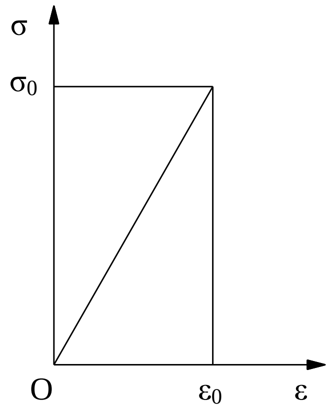
- Trình bày quan điểm tính toán độ bền xét đến sự làm việc tổng thể của hệ kết cấu, xem xét hệ còn đáp ứng được hay không còn đáp ứng được các nguyên nhân chịu lực đặt ra.

- So sánh về tính kinh tế của quan điểm tính toán độ bền theo tải trọng giới hạn so với quan điểm tính toán độ bền theo ứng suất cho phép trong các trường hợp thanh chịu kéo (hoặc nén), thanh có mặt cắt ngang tròn chịu xoắn, thanh chịu uốn phẳng.

13.1. KHÁI NIỆM CHUNG VÀ CÁC GIẢ THIẾT CƠ BẢN

13.1.1. Khái niệm chung:

Theo quan điểm ứng suất cho phép (ƯSCP), độ bền của kết cấu được đảm bảo nếu tại mọi điểm chỉ tồn tại biến dạng dẻo. Vì vậy, theo quan điểm này, sự xuất hiện của biến dạng dẻo, dù chỉ tại một điểm, cũng đồng nghĩa với sự phá hoại, sự loại bỏ toàn bộ hệ. Do đó, quan điểm này còn được gọi là **quan điểm đàn hồi** (vật liệu đàn hồi tuyệt đối và tuân theo định luật Hooke/Hình 13.1).



Hình 13.1: Vật liệu đàn hồi.

Điều kiện bền: $\sigma \le [\sigma] = \dfrac{\sigma_0}{n}$

Trong đó: → Đối với vật liệu dòn: $\sigma_0 = \sigma_B$

→ Đối với vật liệu dẻo: $\sigma_0 = \sigma_{tl}$ hoặc $\sigma_0 = \sigma_{ch}$

→ n là hệ số an toàn.

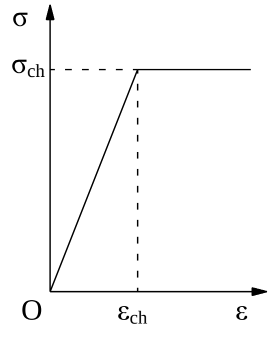
Nhận xét: Tính toán theo quan điểm ƯSCP đơn giản nhưng rõ ràng về điều kiện bền của kết cấu, thiên an toàn và cho biến dạng chuyển vị nhỏ ($\varepsilon \le \varepsilon_0$). Tuy nhiên, đối với vật liệu dẻo, giới hạn σ_0 chưa phải là ứng suất phá hoại của vật liệu và sự xuất hiện biến dạng dẻo (ở vài điểm hay vài vùng cục bộ) chưa thể đồng nghĩa với sự mất hoàn toàn khả năng chịu lực của cả hệ.

13.1.2. Nội dung của phương pháp tính độ bền theo TTGH:

Cơ sở của phương pháp tính độ bền theo TTGH là xem quan hệ giữa ứng suất và biến dạng gồm hai giai đoạn: giai đoạn tỷ lệ và giai đoạn chảy (Hình 13.2):

- **Giai đoạn tỷ lệ**: Khi ứng suất nhỉ hơn σ_{ch}, vật liệu làm việc hoàn toàn đàn hồi và quan hệ giữa ứng suất và biến dạng tuân theo định luật Hooke và kết thúc tại điểm (σ_{ch} ; ε_{ch}).

- **Giai đoạn chảy**: Khi ứng suất tại điểm đang xét đã đạt giá trị σ_{ch}, vật liệu chuyển sang giai đoạn chảy dẻo, ứng suất không tăng và vẫn giữ là hằng số mặc dầu tải trọng vẫn tăng thêm và



Hình 13.2:
Vật liệu đàn dẻo lý tưởng.

biến dạng tại điểm đang xét tăng tùy ý.

Phương trình biễu diễn sơ đồ Prandt có thể viết dưới dạng: $\begin{cases} \varepsilon \le \varepsilon_{ch} \rightarrow \sigma = E.\varepsilon \\ \varepsilon > \varepsilon_{ch} \rightarrow \sigma = \sigma_{ch} \end{cases}$

Vậy, khi tính kết cấu thanh theo TTGH, ở giai đoạn đàn hồi vẫn sử dụng các kết quả tính ứng suất và biến dạng ở các phần trước và ở giai đoạn đàn dẻo chấp nhận những giả thiết định tính về biến dạng của thanh trong giai đoạn đàn hồi.

Cách tính theo TTGH tận dụng được khả năng làm việc của vật liệu, mang lại hiệu quả kinh tế nhưng cho phép xuất hiện chuyển vị, biến dạng lớn. Do đó hạn chế sử dụng khi tính kết cấu chịu tải trọng động.

13.2. TÍNH HỆ THANH CHỊU KÉO, NÉN

13.2.1. Nhận xét chung:

Đặc điểm làm việc của thanh chịu kéo, nén đúng tâm là:

Ở giai đoạn đàn hồi, ứng suất pháp σ = N/A phân bố đều trên tiết diện.

Khi lực dọc tăng lên đạt trị số: $N_d = \sigma_{ch}.A$ thì ứng suất trên tiết diện sẽ đạt giới hạn chảy, một điểm trên tiết diện chảy dẻo thì toàn bộ tiết diện cũng chảy dẻo, biến dạng dài của thanh trở thành tùy ý và thanh không còn tác dụng chịu lực.

Với những đặc điểm nêu trên, tính toán theo ƯSCP và theo TTGH đối với thanh và hệ thanh chịu kéo, nén cho kết quả như sau:

Đối với thanh chịu kéo nén đúng tâm, tính theo ƯSCP và theo TTGH cho kết quả như nhau và cho giới hạn chịu lực của thanh là N_d.

Đối với hệ thanh tĩnh định (hệ có đủ số liên kết), khi một thanh mất khả năng chịu lực, bị loại bỏ thì hệ sẽ thiếu liên kết, trở thành biến hình và mất hoàn toàn khả năng chịu lực. Do đó, khi hệ thanh tĩnh định chịu kéo nén đúng tâm, tính theo ƯSCP hay theo TTGH đều cho kết quả như nhau.

Đối với hệ thanh siêu tĩnh (số lượng thanh liên kết lớn hơn số lượng cần thiết), khi một thanh chảy dẻo, hệ có thể chưa bị biến hình, chưa mất khả năng chịu lực. Tải trọng đặt trên hệ vẫn có thể tăng lên, ứng lực trong các thanh bị biến dạng chảy dẻo vẫn giữ nguyên trị số N_d, ứng lực của các thanh còn lại vẫn có thể tăng thêm và các thanh lần lượt tiếp tục bị chảy dẻo cho tới khi hệ trở thành biến hình, mất hết khả năng chịu lực. Ở TTGH, hệ thanh chịu kéo nén đúng tâm n bậc siêu tĩnh sẽ có tối thiểu 1 thanh và tối đa (n+1) thanh bị chảy dẻo.

13.2.2. Ví dụ:

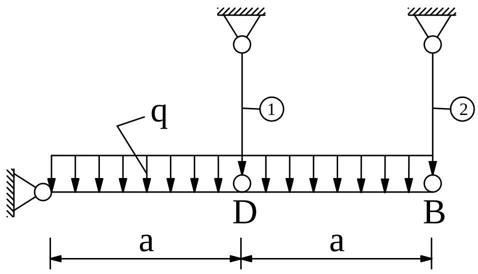
♦ Lời giải:

- Đây là bài toán siêu tĩnh, nên có:

+ Phương trình cân bằng: $a.N_1 + 2a.N_2 - 2q.a^2 = 0$ (*)

+ Phương trình biến dạng: $\Delta l_2 = 2\Delta l_1 \rightarrow N_2 = 2N_1$ (2*)

So sánh tải trọng phá hoại tương ứng với hai cách tính theo TTGH và ƯSCP đối với hệ (hình vẽ) gồm dầm tuyệt đối cứng AB chịu tải trọng ngang phân bố đều cường độ q ; dầm được liên kết khớp tại A và được giữ bởi hai thanh BC, DE có cùng diện tích tiết diện A, giới hạn chảy σ_{ch}.



+ Từ (*) và (2*) có kết quả : $N_1 = \frac{2}{5}q.a$; $N_2 = \frac{4}{5}q.a$.

- Khi tải trọng tăng lên, thanh 2 sẽ bị chảy dẻo trước:

+ Lực dọc thanh 2: $N_d = \sigma_{ch}.A$ + Giá trị lực phân bố: $q_d = \frac{5}{4}\frac{\sigma_{ch}.A}{a}$

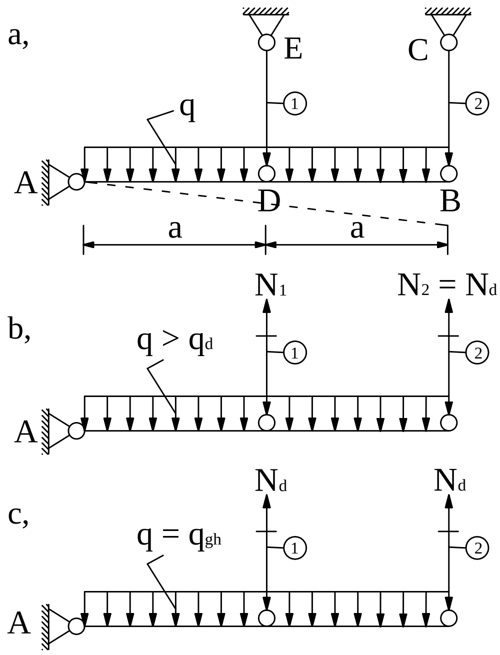
- Theo quan điểm ƯSCP hệ sẽ bị phá hoại ứng với trị số q_d. Tuy nhiên, lúc này, dầm AB vẫn chịu được lực, chưa biến hình vì vẫn được giữ bởi thanh DE. Tải trọng vẫn có thể tăng lên $q > q_d$; ứng lực trong thanh 2 đã đạt N_d thì giữ nguyên trị số, không tăng thêm; lực dọc trong thanh 1 tăng thêm và được xác định bằng phương pháp mặt cắt (Hình 13.3b):

$$\Sigma M/_A = a.N_1 + 2a.N_d - 2q.a^2 = 0$$

Suy ra: $N_1 = 2q.a - 2N_d = 2q.a - 2\sigma_{ch}.A$

- Hệ trở thành biến hình chỉ khi thanh 1 cũng bị chảy dẻo, biến dạng của cả thanh 1 và thanh 2 trở thành tuỳ ý, góc nghiêng α của dầm không xác định, hệ không giữ được tải trọng, hoàn toàn mất khả năng chịu lực. Do đó điều kiện bền xuất hiện TTGH là :

$$N_1 = \sigma_{ch}.A \rightarrow q_{gh} = \frac{3}{2}\frac{\sigma_{ch}.A}{a}$$



Hình 13.3: Tính toán hệ theo ƯSCP và theo TTGH.

- Để so sánh hai cách tính, lập tỷ số giữa q_{gh} và q_d: $\frac{q_{gh}}{q_d} = \frac{3}{2}.\frac{4}{5} = \frac{6}{5} > 1$

♦ **Nhận xét:**

- Phương pháp giải như trên gọi là phương pháp giải đàn hồi: Xác định lần lượt và thứ tự các thanh bị chảy dẻo cho tới thời điểm hệ bị biến hình, đạt tới trạng thái giới hạn.

- Bài toán trên còn được giải một cách khác, nhanh và gọn hơn, gọi là phương pháp động:

+ Ở TTGH khi cả hai thanh 1, 2 cùng bị chảy dẻo; lực dọc trong hai thanh đều bằng N_d. Lúc này hệ sẽ chuyển thành một cơ cấu, có chuyển động.

+ Phương trình cân bằng, xét ở TTGH, cho: $\Sigma M_A = aN_d + 2a.N_d - 2q_{gh}.a^2 = 0$.

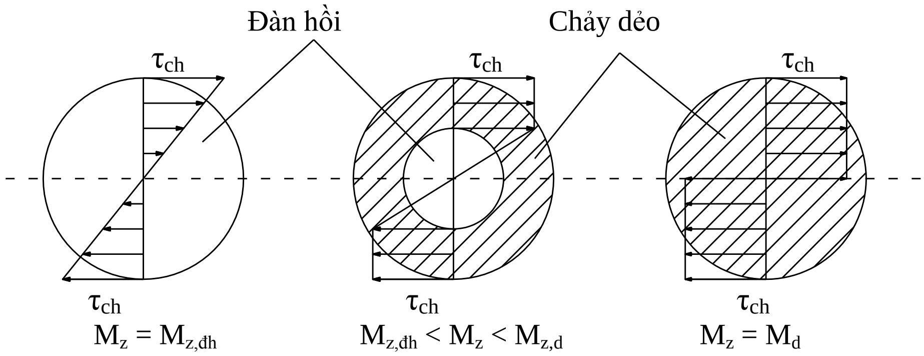
Suy ra: $$q_{gh} = \frac{3}{2}\frac{N_d}{a} = \frac{3}{2}\frac{\sigma_{ch}.A}{a}$$

13.3. TÍNH THANH MẶT CẮT TRÒN CHỊU XOẮN:

Trong giai đoạn đầu, thanh làm việc hoàn toàn đàn hồi, biểu đồ ứng suất tiếp theo đường kính tiết diện là đường bậc nhất, đạt giá trị lớn nhất trên chu vi:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_p}$$

Giai đoạn đàn hồi kết thúc khi τ_{max} đạt trị số τ_{ch}. Tương ứng, sẽ có mômen xoắn đàn hồi $M_{z,dh} = \tau_{ch}.W_p$. Nếu theo quan điểm ƯSCP thì đến đây thanh bị phá hoại, nhưng thực tế thanh vẫn chịu được mômen xoắn và mômen vẫn có thể tăng thêm $M_z > M_{z,ch}$. Khi này ứng suất tại các điểm trên chu vi, đã đạt giới hạn chảy, sẽ không tăng thêm; ứng suất tại những điểm bên trong, chưa đạt giới hạn chảy, sẽ tăng lên tới τ_{ch} và bị biến dạng dẻo; miền chảy dẻo lan dần vào trong cho tới khi tiết diện bị chảy dẻo hoàn toàn, khi này thanh đạt TTGH, mất hoàn toàn khả năng chịu lực (Hình 13.4):



Hình 13.4: Sự phát triển biến dạng dẻo khi xoắn.

- Trị số của mômen xoắn tương ứng ở TTGH, gọi là mômen xoắn dẻo:

$$M_{z,d} = \int_A \tau.\rho.dA = \tau_{ch}\int_0^{D/2}\rho.(2\pi.\rho.d\rho) = \tau_{ch}.\frac{\pi.D^3}{12} = \tau_{ch}.W_{P,d}$$

- Đặt $W_{P,d} = \dfrac{\pi D^3}{12}$, lúc nay mômen chống xoắn dẻo của tiết diện tròn: $M_{z,d} = \tau_{ch}W_{P,d}$

- Hiệu quả của cách tính theo TTGH so với cách tính theo ƯSCP thể hiện qua tỷ số của hai mômen phá hỏng:

$$k = \frac{M_{z,d}}{M_{z,dh}} = \frac{W_{P,d}}{W_p} = 1{,}3333$$

13.4. TÍNH THANH CHỊU UỐN PHẲNG:

13.4.1. Thanh chịu uốn thuần túy:

Thanh chịu uốn thuần tuý khi mômen uốn là hằng số dọc theo chiều dài thanh.

Trong giai đoạn đàn hồi, ứng suất pháp phân bố bậc nhất theo chiều cao tiết diện, bằng không tại trục trung hòa x, là trục quán tính chính trung tâm của tiết diện, và đạt trị số lớn nhất tại mép xa đường trung hòa nhất.

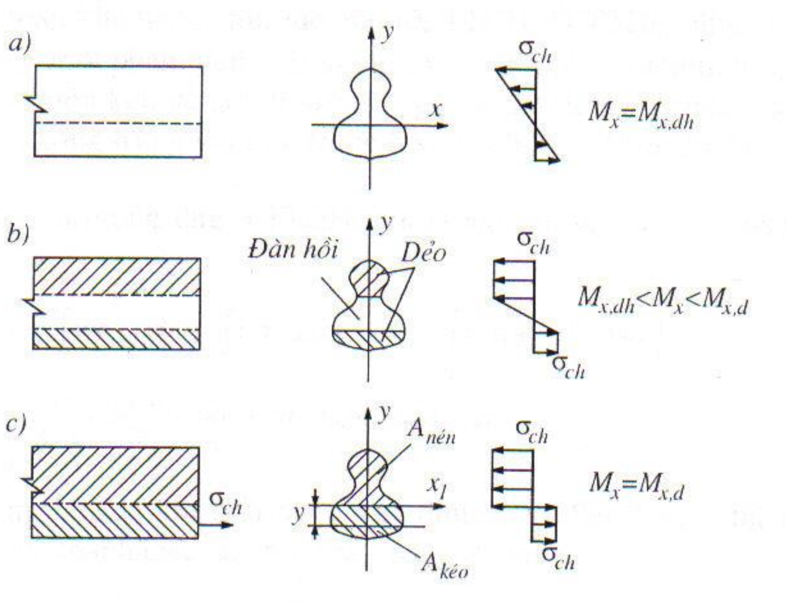
$$|\sigma|_{max} = \frac{M_x}{I_x}|y|_{max} = \frac{M_x}{W_x}$$

Độ cong của thanh được xác định theo biểu thức: $\frac{1}{\rho} = \left|\frac{M_x}{E.I_x}\right|$

Giai đoạn làm việc đàn hồi kết thúc khi ở mép tiết diện ứng suất đạt giá trị σ_{ch}, mômen uốn đạt trị số mômen đàn hồi $M_{x,dh} = \sigma_{ch}W_x$.

Khi mép tiết diện bị chảy dẻo, thanh vẫn chịu được mômen uốn lớn hơn trị số $M_{x,dh}$. ứng suất pháp tại các điểm trên mép tiết diện, đã đạt tới giới hạn chảy sẽ không tăng thêm. ứng suất tại những điểm bên trong, chưa đạt trạng thái giới hạn chảy, tăng lên tới σ_{ch} và tại những điểm này sẽ có biến dạng dẻo. Miền chảy dẻo lan dần vào trong; độ cong của thanh tính theo biểu thức như trong giai đoạn đàn hồi: $\frac{1}{\rho} = \frac{M_{max}}{E.I_{x,dh}}$, với $I_{x,dh}$ là mômen quán tính chính trung tâm của phần tiết diện vẫn còn ở trạng thái đàn hồi. Nếu tiết diện còn chưa chảy dẻo hoàn toàn thì $I_{x,dh} > 0$, độ cong của thanh và mặt phẳng của mômen uốn vẫn còn xác định, thanh chưa ở TTGH.

Chỉ khi tiết diện bị chảy dẻo hoàn toàn, miền đàn hồi bị triệt tiêu, mômen quán tính của phần diện tích đàn hồi bằng không, độ cong của thanh trở thành vô cùng, thanh mới mất hoàn toàn khả năng chịu lực, đạt tới TTGH. ở TTGH, ứng suất trên tiết diện đều đạt giá trị σ_{ch}, một phần diện tích A_k chịu kéo, một phần diện tích A_n chịu nén. Đường phân cách hai miền kéo và nén là trục x_1, gọi là đường trung hòa chảy dẻo. Vị trí trục x_1, nói chung, không trùng với trục trung hòa đàn hồi x (Hình 13.5).



Hình 13.5: Sự phát triển miền dẻo trên thanh chịu uốn.

Trị số mômen uốn tương ứng ở TTGH, gọi là mômen uốn dẻo, sẽ bằng mômen của các ứng suất :

$$M_{x,d} = \int_A y.\sigma.\rho.dA = \int_{A_k} y.\sigma_{ch}.\rho.dA + \int_{A_n} y.\sigma_{ch}.\rho.dA = \sigma_{ch}.\left(\int_{A_k} y.\rho.dA + \int_{A_n} y.\rho.dA\right)$$

Ký hiệu $W_{x,d} = \left|S_{x_1}^{(k)}\right| + \left|S_{x_1}^{(n)}\right|$: Mômen chống uốn dẻo. Suy ra: $M_{x,d} = \sigma_{ch}.W_{x,d}$

Vị trí trục trung hòa x_1 khi uốn được xác định theo điều kiện: lực dọc, hoặc tổng hình chiếu dọc trục thanh của các ứng suất, bằng không:

$$N = \int_A \sigma.dA = \int_{A_k} \sigma_{ch}.dA + \int_{A_n} -\sigma_{ch}.dA = \sigma_{ch}.\left(\int_{A_k} dA - \int_{A_n} dA\right) = 0 \quad \rightarrow \quad A_k = A_n$$

Đường trung hòa chảy dẻo x_1 là đường vuông góc với mặt phẳng uốn và chia đôi diện tích tiết diện. Trục x_1 chỉ trùng với trục trung tâm x khi tiết diện đối xứng qua trục x, (tiết diện chữ nhật, hình tròn, hình I …). Tìm mômen chống uốn dẻo cho các tiết diện:

- Tiết diện chữ nhật bxh: $\left|S_{x_1}^{(k)}\right| = \left|S_{x_2}^{(n)}\right| = \dfrac{b.h}{2}.\dfrac{h}{4} = \dfrac{b.h^2}{8}$; $W_{x,d} = \dfrac{bh^2}{6}$

$$\alpha = \frac{W_{x,d}}{W_x} = \frac{b.h^2/4}{b.h^2/6} = 1{,}5$$

- Tiết diện chữ tròn:

$$\left|S_{x_1}^{(k)}\right| = \left|S_{x_2}^{(n)}\right| = \frac{\pi D^2}{4}.\frac{2D}{3\pi} = \frac{D^3}{12}; \qquad W_{x,d} = \frac{D^3}{6}$$

$$\alpha = \frac{W_{x,d}}{W_x} = \frac{D^3/6}{\pi D^3/32} \approx \frac{5}{3}$$

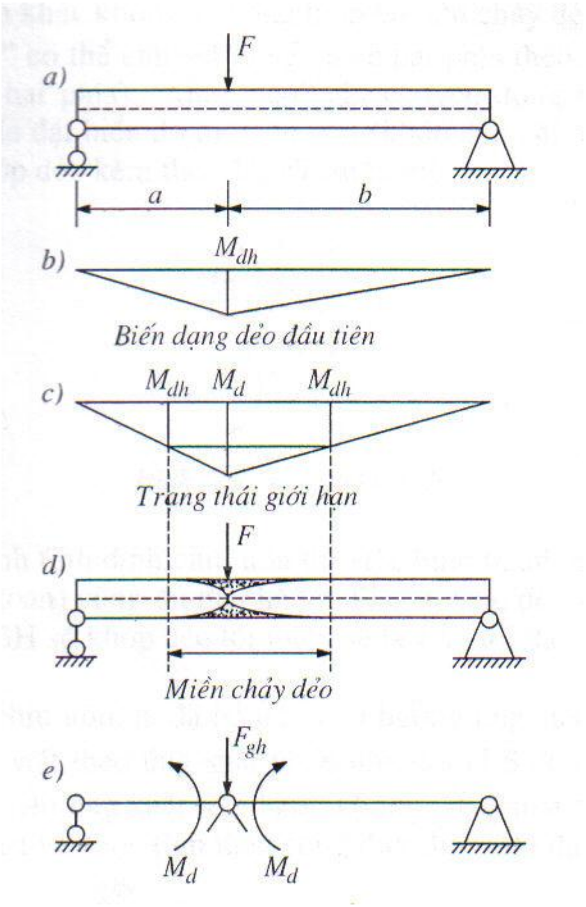
- Tiết diện thép định hình I, U: Tìm S_x theo số hiệu thép trong bảng thép định hình (trong các tài liệu), trị số trung bình của hệ số α = 1,15.

13.4.2. Thanh chịu uốn ngang phẳng. Khớp dẻo:

Khi thanh chịu uốn ngang phẳng, do lực cắt Q nên mômen uốn không phải là hằng số và các tiết diện sẽ có mức độ chảy dẻo khác nhau, miền chảy dẻo biến đổi dọc theo chiều dài thanh, khác với trường hợp thanh chịu uốn thuần túy.

Xét ví dụ (Hình 13.6a), tại tiết diện đặt lực, mômen uốn đạt giá trị lớn nhất M_{max} = F.a.b/(a+b). Quá trình hình thành và phát triển biến dạng dẻo khi tăng lực F diễn ra như sau :

- **Đàn hồi**: Khi $M_{max} = M_{x,dh}$ (Hình 13.6c) thì xuất hiện biến dạng dẻo đầu tiên tại tiết diện đặt lực.



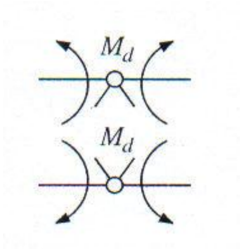
Hình 13.6: Sự phát triển miền dẻo trên dầm chịu uốn ngang.

- Đàn dẻo: Khi $M_{max} > M_{x,dh}$, tại tiết diện đặt lực biến dạng dẻo lan dần vào phía trong, tại các tiết diện lân cận có mômen lớn hơn mômen dẻo thì biến dạng dẻo cũng lan dần vào trong, tiết diện có mômen bằng mômen chảy dẻo thì chỉ có biến dạng dẻo ở mép (Hình 13.6d). Tải trọng F tăng và miền chảy dẻo tiếp tục phát triển theo chiều dài và lan vào trong.

- Giới hạn, khớp dẻo: tới khi $M_{max} = M_{x,d}$ thì tại tiết diện đặt lực bị chảy dẻo hoàn toàn, sát cạnh tiết diện là hai vùng chảy dẻo. Vùng chảy dẻo xảy ra trên một đoạn thanh, ở đó mômen uốn lớn hơn mômen uốn đàn hồi $M_{x,dh}$. Biến dạng ở vùng chảy dẻo là tự do nên ta có thể hình dung rằng: trong mặt phẳng hình vẽ, hai phần thanh đàn hồi phía trái và phía phải được liên kết với nhau chỉ ở một điểm, chúng có thể xoay tương đối với nhau quanh "điểm nối" này như quay quanh một "khớp". Như thế, ở TTGH dầm biến thành một cơ cấu, một hệ biến hình vì hình thành một "khớp" tại tiết diện có mômen uốn lớn nhất (Hình 13.6e). Gọi "khớp" kiểu này là "khớp dẻo" vì sự làm việc của dầm tại tiết diện chảy dẻo như tại một khớp. Tuy nhiên, khớp dẻo khác biệt với "khớp thật ở điểm sau:

+ Tại khớp thật của kết cấu, mômen uốn bằng không; tại "khớp dẻo", mômen uốn khác không và bằng mômen uốn chảy dẻo $M_{x,d}$.

+ "Khớp thật" có thể chuyển động cả về hai phía theo phương vuông góc với trục (mở cả về hai phía); "khớp dẻo" chỉ chuyển động về phía thớ căng của dầm, hoặc về phía đặt biểu đồ mômen uốn (khớp dẻo chỉ mở về một phía). Do đó cần ký hiệu khớp dẻo kèm theo M_d và chiều mở.



Hình 13.7:
Ký hiệu khớp dẻo.

Đối với hệ thanh tĩnh định chịu uốn thì việc hình thành một khớp dẻo (một tiết diện bị chảy dẻo hoàn toàn) cũng đủ đưa hệ tới TTGH. Còn đối với hệ thanh n bậc siêu tĩnh chịu uốn thì ở TTGH số khớp dẻo tối thiểu sẽ là 1 và tối đa sẽ là n+1.

Khi tính dầm chịu uốn, ta đã bỏ qua ảnh hưởng ứng suất tiếp tới sự chảy dẻo, điều kiện chảy dẻo chỉ viết theo ứng suất pháp như ở TTƯS đơn. Vùng chảy dẻo không có khả năng chịu cắt nên ứng suất tiếp bằng không. ứng suất tiếp chỉ suất hiện trên phần đàn hồi của tiết diện và được tính theo công thức Juravski đã biết:

$$\tau = \frac{Q.S_x^c}{I_x^{dh}.b}$$

Với I_x^{dh}: Mômen quán tính chính trung tâm của phần tiết diện vẫn còn ở trạng thái đàn hồi.

CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 13

1, Định nghĩa trạng thái giới hạn của kết cấu. Phân biệt cách đánh gia độ bền của kết cấu theo quan điểm ứng suất cho phép và theo quan điểm trạng thái giới hạn.

2, Hướng giải quyết bài toán kiểm tra bền theo quan điểm trạng thái giới hạn đối với thanh chịu kéo (nén), thanh tròn chịu xoắn và thanh chịu uốn phẳng.

BÀI TẬP THỰC HÀNH CHƯƠNG 13

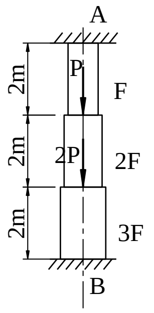
Bài 13.1: Một cột thép ngàm chặt hai đầu, có kích thước và mặt cắt ngang (Hình 13.8):

a) Tính P_{gh}.

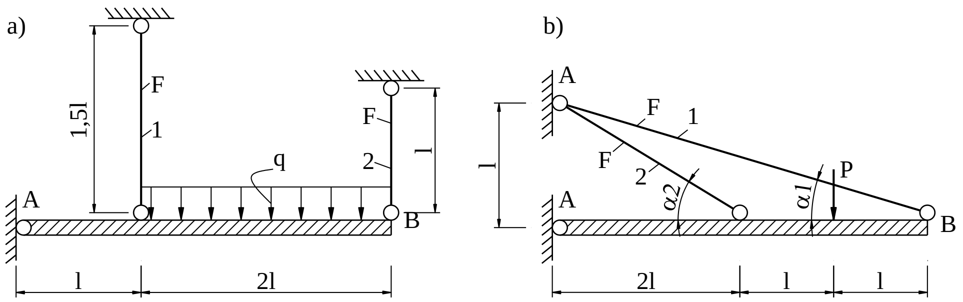
b) Vẽ đồ thị giữa chuyển vị của mặt cắt C và lực P tăng từ O đến P_{gh}.

Cho biết $\sigma^k_{ch} = \sigma^n_{ch} = 24$ kN/cm^2; $E = 2.10^4$ kN/cm^2; $F = 20$cm^2.

Bài 13.2: Cho kết cấu chịu lực (Hình 13.9). Thanh ngang AB tuyệt đối cứng, hai thanh 1,2 bằng thép và có cùng tiết diện. Xác định tải trọng giới hạn.

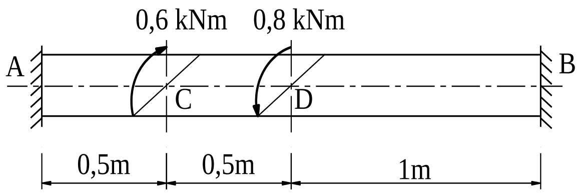


Hình 13.8: Bài 13.1.

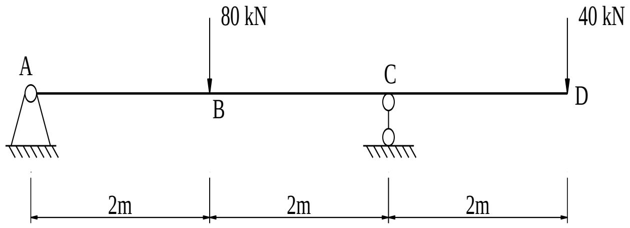


Hình 13.9: Bài 13.2.

Bài 13.3: Tính đường kính của thanh AB (Hình 13.10) theo trạng thái giới hạn của thanh. Biết $\tau_{ch} = 4$ kN/cm^2.

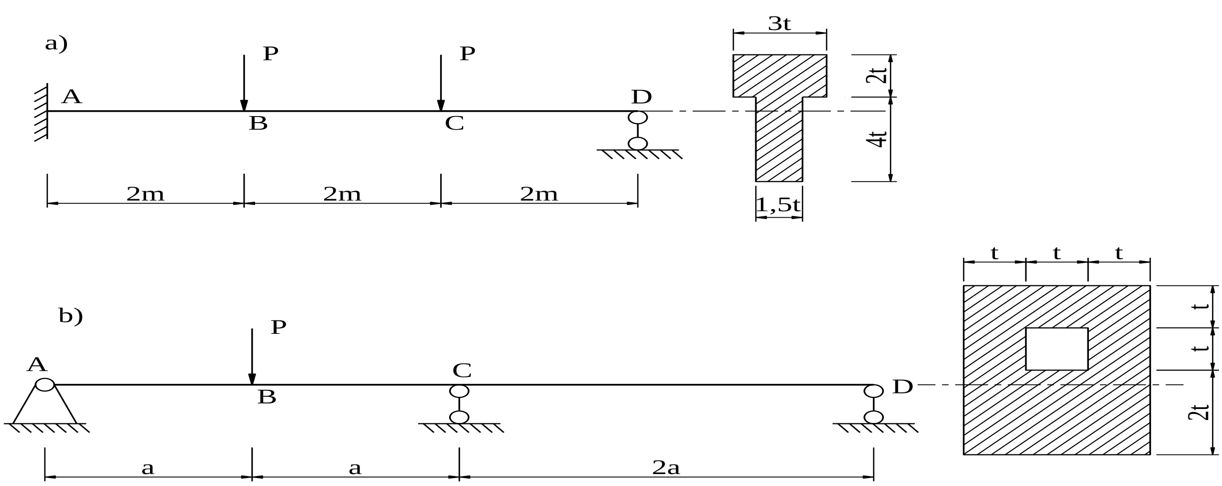


Hình 13.10: Bài 13.3.



Hình 13.11: Bài 13.4.

Bài 13.4: Dầm AB chịu lực (Hình 13.12). Tính P_{gh}. Biết $\delta = 0{,}01a$. Cho vật liệu có giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 24$ kN/cm^2; a = 1m.



Hình 13.12: Bài 13.4.